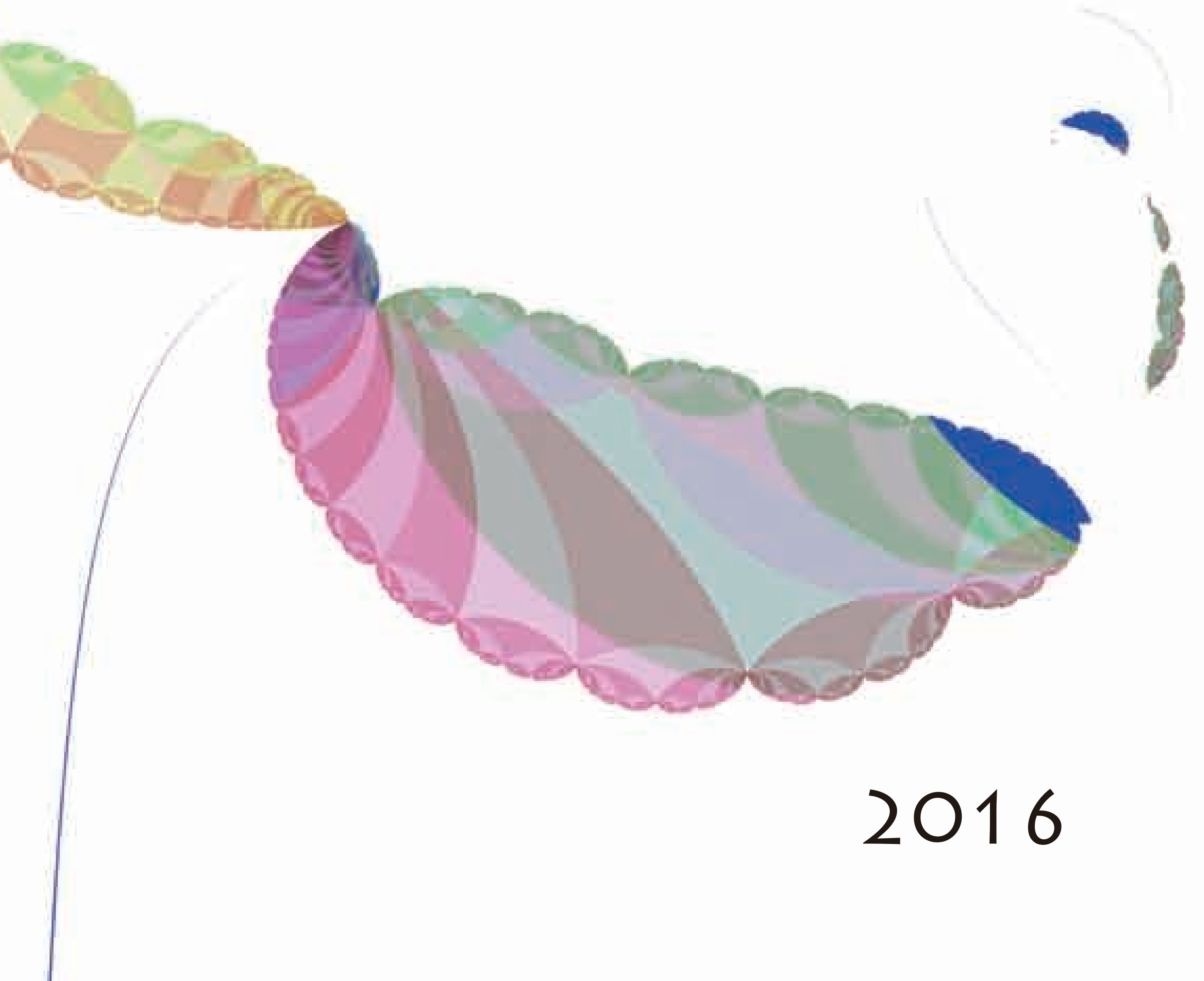
大阪大学

大学院情報科学研究科

情報基礎数学専攻



2016

大阪大学大学院情報科学研究科

情報基礎数学専攻
2016

CONTENTS

情報基礎数学専攻へようこそ

情報基礎数学専攻は2002年４月に情報科学研究科とともに発足した専攻であり、理学研究科数学専攻との協力関係にあります。本年度は、吹田キャンパスに新たな研究棟が完成し、情報基礎数学専攻も新しい建物へ移動して新たなスタートの年になります。

数学は情報科学を支える重要な基礎のひとつであり、その手法は情報科学の発展の中で大きな役割を果たしてきました。他方、情報科学の発展は数学に新しい流れをもたらしました。この流れの中で、情報基礎数学専攻はより広い視野で数学を教育・研究・応用できる人材の養成を目指します。

情報基礎数学専攻は

- ・組合せ数学講座
- ・離散幾何学講座
- ・離散構造学講座
- ・応用解析学講座
- ・大規模数理学講座
- ・コンピュータ実験数学講座（協力講座）

の教授６名、准教授６名から構成され、博士前期課程の学生定員は各学年12名、博士後期課程は各学年５名です。これらの講座が有機的に連携しつつ、数学の発展に向けて励んでいます。

本専攻の学生は、理学研究科数学専攻の講義も聴講して単位を修得でき、学位は理学か情報科学かを選べます。卒業後は、金融、保険、ＩＴ、製造業、教育など幅広い分野で活躍しています。

小さい専攻ですが、それだけに学生と教員の距離が小さく、充実した研究指導を受けることができます。皆さんと新しい環境の中で、ともに学び、ともに研究することができる日々を心より楽しみにしています。

平成27年度専攻長

三町　勝久

組合せ数学講座

**計算可換代数、特に、トーリックイデアルとグレブナー基底の理論を武器に、
可換代数の統計数学への応用を展開する。
加えて、凸多面体の数え上げ組合せ論の飛躍的な進化を目指す。**

教授
日比　孝之
Hibi Takayuki

名古屋大学理学部数学科卒業。理学博士（名古屋大学）。専門は、計算可換代数と組合せ数学。名古屋大学に５年６ヶ月、北海道大学に４年６ヶ月在職した後、1995年、大阪大学に着任。趣味は散歩、楽しみは海外渡航、愛読書は『白い巨塔』である。

1956年、名古屋に生まれる。1975年、名古屋市立向陽高等学校卒業。私の母校はどこにでもある公立の高校であり、東大・京大合格者数の高校別ランキングなどにその名前が載ることは滅多にない。しかし、ノーベル物理学賞を受賞した益川敏英教授の出身高校である。

数学者に憧れを抱いたのは、高校２年生の冬だった。現役のとき、名古屋大学理学部を受験。物理で撃沈し、理学部には不合格、けれども、第２希望の農学部は合格。少なくとも、母校の名大合格者数には貢献できた。翌年、再挑戦し、理学部に合格。

1981年、名古屋大学理学部数学科卒業。専門は、計算可換代数と組合せ数学。と言っても、本専攻案内の主たる読者層は学部学生だから、どんな研究をしているかはわからないと思うから、研究分野の紹介とともに、そのような研究分野を選ぶことになった経緯を、私が学部学生、大学院生であった頃を回顧しながら語ることにしよう。

数学科の２年生の秋、街の本屋さんで、偶々、

［1］永田雅宜『可換環論』（紀伊國屋書店、1974年）

が目に留まった。何となく魅惑を感じ、購入。私が、やがて、可換環論に興味を持つ切っ掛けとなる。代数学の伊呂波も知らなかった私が購入する衝動に駆られたのは、恐らく、著者の永田雅宜教授が名古屋大学理学部数学科の出身であったからだろう。購入したものの、全然読めない。しかし、いかにも数学書という風格に満ち、本箱を飾るには相応しかった。数学科の４年生のときの指導教官は松村英之教授。権威ある代数幾何の教科書

［2］Robin Hartshorne, “Algebraic Geometry,” Springer--Verlag, 1977.

を輪読した。スキーム論を齧（かじ）ることぐらいはできた、と記憶している。

私が学部学生だった頃、数学専攻の大学院に進学することはとても困難な厳冬の時代。100名以上が受験し、合格者は４、５名などという凄まじい状況のときもあった。数学科の４年生（1979年）の９月、名大院の数学専攻を受験したが、入試問題は全く解けず、不合格。翌年（1980年）の９月、再挑戦するも、惨敗。私の数学者への夢は儚（はかな）くも消滅。けれども、1981年２月、広島大学が数学専攻の二次募集をしたのでそこを受験、馴染みのある問題ばかりが出題され、運良く合格。

1981年４月、広島大学大学院に入学。当時、広島大学理学部数学教室はとても活気に満ちていた。京大、阪大、名大など、各地の大学院入試に落ちた院生が集まっていたからだ。今は東広島市に移転してしまったが、その頃の理学部は広島市の中心部から徒歩10分のところにあり、歓楽街へも徒歩10分。何をするにも便利だった。

今でも忘れはしないが、修士（博士前期）課程１年の秋も深まりつつある頃、

［3］Richard Stanley, The upper bound conjecture and Cohen--Macaulay rings, Stud. Appl. Math. 54（1975）, 135--142.

を見付け、一晩で読んだ。可換代数の抽象的な技法を組合せ論の具象的な問題に劇的に使う、という話で、可換環論に馴染みがあれば、さっと読める。Stanley の論文を読んだときに覚えた深い感銘は、私が組合せ論の研究者を志す契機となった。

大学院に進学したとき、私は24歳。もし博士後期課程まで進み、５年経過したとし、その段階で就職できなければ、やがて30歳。そうなれば、経済的に苦しい状況に追い込まれる、と思い、大学院生のときには一生懸命アルバイトをして、せっせと貯金を貯めた。某予備校で講師をやっていたが、予備校の講師は、人気がでると、時間給は爆発的に増大する。駆け出しの頃、50分2800円だったのが、３年後には50分8000円になった。結局、広島には４年間住んだが、500万円の貯金ができた。30年も昔の500万円ですぞ！博士後期２年の秋、名大の松村英之教授から名大の助手にならないか、との嬉しい誘いを頂戴した。名古屋大学理学部は大学院には合格させてはくれなかったけれども、助手には採用してくれたのだ。

1985年４月、名古屋大学理学部助手。そうすると、就職できないと困ると思ってせっせと貯めた500万円はもはやいらない、ぱっと使うことができる。そのすべてを海外滞在のために使った。1985年８月、日米セミナー「可換環論と組合せ論」が京都で開催され、Stanleyが来日し、彼と知り合いになり、やがて、ＭＩＴ（マサチューセッツ工科大学）の数学教室に一年間滞在することになる。ＭＩＴに滞在する際、旅費と滞在費の援助をいろんな財団などに申請したが、いずれも門前払い。結局、すべて自費、ということになり、このときにさきほどの500万円を使った。名大には５年６ヶ月勤務したが、助手には何の雑用もなく、とても恵まれた研究環境であった。

1990年10月、北海道大学理学部数学教室に赴任。北国のとても美しい街、札幌、

そこに４年６ヶ月住んだ。1991年11月から1992年１月、オーストラリアのシドニー大学に滞在した。このとき、可換代数と組合せ論の連続講義をしたが、そのときの講義ノートに少し加筆したものが

［4］Takayuki Hibi,“Algebraic Combinatorics on Convex Polytopes,” Carslaw Publications, Grebe, NSW, Australia, 1992.

である。講義で板書したものをほとんどそのまま単行本にしたようなものなので、荒っぽい、誤植がとても多い、など難点は多々あり、教科書としての体裁は整ってはいないが、反面、当該分野の発祥の地を迅速に散策できる。類似の内容ではあるが、教科書としての体裁を整えた和書が

［5］日比孝之『可換代数と組合せ論』（シュプリンガー東京、1995年）

である。恩師、松村英之教授が［5］の書評をすることになっていた。書評の原稿のしめきりは1995年７月末日だったとのこと。けれども、彼は、原稿を完成することなく、８月上旬に登山し、不幸にして、山の事故に遭い他界された。残念ながら、私は、恩師の批評を聞くことはできなかった。

可換代数と組合せ論とは、凸多面体の組合せ論に現れる数え上げの問題を可換代数の技巧を駆使して解く、というシナリオを持つ研究領域のことで、Stanley の仕事［3］がその源である。たとえば、凸多面体のオイラーの公式 $v - e + f = 2$ は組合せ論に現れる数え上げの顕著な例である。その他、ピックの公式「平面上に頂点が整数点である多角形があったとき、その多角形に含まれる整数点の個数を a とし、その多角形の内部に含まれる整数点の個数を b とすると、その多角形の面積 S は $S = (2a + b - 2) / 2$ である」も凸多面体の組合せ論に現れる数え上げの例である。オイラーの公式にしても、ピックの公式にしても、可換環論とどうやって結びつくのか、と疑問に思うが、頂点、辺、面とか整数点の数え上げを、単項式の数え上げに置き換えると、多項式環のイデアルの問題に帰着する。

1995年４月、大阪大学理学部数学教室に着任。翌1996年、全くの偶然であるが、大杉英史君（現、関西学院大学理学部教授）の指導教員をすることになった。その頃、私はグレブナー基底について興味を覚え始めていたので、大杉君にちょっとやってみないか、と薦めた。ちょうど、

［6］Bernd Sturmfels, “Grobner Bases and Convex Polytopes,” Amer. Math. Soc., 1995.

が出版されたところだったので、大杉君と一緒に勉強することにした。

グレブナー基底とは、多項式環のイデアルの生成系のなかで際立って良い振る舞いをするものである。イデアルの諸問題を扱うとき、グレブナー基底が計算できれば有難い。たとえば、多項式環の２つのイデアルの共通部分を計算することは、イデアル論の演習問題としてはとても難しいが、グレブナー基底を計算すれば瞬時に計算できる。しかも、イデアルの一つの生成系から出発して、そのイデアルのグレブナー基底を計算するアルゴリズムも知られている。その他、グレブナー基底は凸多面体の三角形分割とも密接に関係し、凸多面体の組合せ論の研究にも有益な道具である。

大杉君と一緒にグレブナー基底の勉強を始めた頃、私は、どのようにグレブナー基底の研究を進めるか、という具体的な戦略は全くなかった。けれども、ひょっとすると、宝の山かもしれない、との予感はあった。大杉君は、修士１年の夏期休暇が終わった頃、一つの興味深い凸多面体の例を発見した。小さな問題の反例で、まあ、そんな例もあるだろうなあ、と思っていた。しかし、半年後、私がバークレーの数学研究所（ＭＳＲＩ）に滞在したとき、三角形分割のプログラムを使って大杉君の凸多面体の三角形分割を計算したところ、とんでもない貴重な例であることがわかった。大杉君の凸多面体は、三角形の個数がもっとも少ない三角形分割と、三角形の個数がもっとも多い三角形分割は、両者とも非正則、というものである。そのような例は、今日でも、大杉君の例が唯一の既知なもので、代数幾何などでも重宝である。この例の発見によって、大杉君と私のグレブナー基底の共同研究の戦略は完全に決定し、以後、大杉君が阪大を離れるまで、毎年、３～４編の共著論文を執筆することができた。今日、グレブナー基底を計算するソフトはたくさんあるけれども、グレブナー基底を‘素手’で触（さわ）ることについては、世界でも、大杉君が第一人者である。

一般に、大学院生の研究課題を選ぶとき、指導教員がいままで研究してきた跡に沿った研究課題を選ぶと指導する教員も、指導を受ける大学院生も楽ではあるが、それは守りの姿勢である。いまから！と思う研究課題に挑戦し、大学院生と一緒に研究を推進する、という攻めの姿勢が、私は好きだ。

グレブナー基底の基礎理論を簡潔に解説するとともに、大杉君との共同研究の一部を紹介したものが

［7］日比孝之『グレブナー基底』（朝倉書店、2003年）

である。

2002年４月、情報科学研究科が発足し、情報基礎数学専攻が誕生した。2004年４月に修士課程に進学した村井聡君（現、本専攻准教授）は、４年間で19本の論文（驚異的な論文数！）を執筆し、博士後期課程２年の終わり（2008年３月）に期間短縮で学位を取得し、2008年度日本数学会賞建部賢弘奨励賞を受賞している。2009年４月に修士課程に進学した東谷章弘君（現、京都産業大学理学部助教）も、３年６ヶ月で16本の論文を執筆し、博士後期課程２年の途中（2012年９月）に期間短縮で学位を取得し、2012年度日本数学会賞建部賢弘奨励賞を受賞している。私は、修士課程のなるべく早い段階で、院生が自分独自の定理を創り、論文を執筆することがとても大切だと思っており、そのように指導している。論文を執筆しながら知識を習得することが理想的である。

私は、国際会議を組織することがとても好きだ。1999年７月、阪大の豊中キャンパスに於いて、日本数学会の国際研究集会「計算可換代数と組合せ論」を組織した。Richard StanleyとJürgen Herzogら、欧米諸国から著名な研究者が多数参加し、盛大な研究集会となった。その後、2005年８月、立教大学に於いて、日本学術振興会の国際研究集会「グレブナー基底の理論的有効性と実践的有効性」を開催し、海外からグレブナー基底の専門家を招聘した。その翌年（2006年４月～2007年３月）は、京都大学数理解析研究所のプロジェクト研究「グレブナー基底の理論的有効性と実践的有効性」を実施した。

阪大赴任後、Jürgen Herzogとの共同研究が始まり、現在も継続しており、共著論文は30余編を越える（と思う）。Jürgen Herzogは、73歳、６年前に退官しているが、今でもドイツの可換代数の権威者であり、欧州における、彼の影響力は健在である。彼との共同研究を基礎に、単行本

［8］J. Herzog and T. Hibi, “Monomial Ideals,” GTM 260, Springer, 2010.

を出版した。執筆に費やした期間は約４年間である。

2008年10月、科学技術振興機構の戦略的創造研究推進事業 CRESTのプロジェクト研究「現代の産業社会とグレブナー基底の調和」（通称、日比プロジェクト）が開始された。研究期間は2014年３月までの５年６ヶ月。研究費の総額は２億５千万円である。若手研究者育成の一環として、神戸大学で「グレブナースクール」を開催し、そのテキストとして、

［9］JST CREST 日比チーム編『グレブナー道場』（共立出版、2011年）

を出版した。プロジェクト研究では、多項式環と微分作用素環のグレブナー基底の理論と計算を飛躍的に深化させ、理論と応用と計算の有機的な連携から、純粋数学の範疇を越え、統計学の根幹に劇的な変革を導くことに成功している。その変革は、大規模な計算を可能にするアルゴリズムの進化と相俟って、統計学を不可欠とする現代の産業社会と先端科学の諸分野に広範な波紋を及ぼすことが期待されている。

日比プロジェクトの終了後、ポスト日比プロジェクトとして、科学研究費補助金（通称、科研費）基盤研究（S）「統計と計算を戦略とする可換代数と凸多面体論の現代的潮流の誕生」（平成26年度から30年度）が採択された。その科研費の研究活動の一環とし、2015年7月1日から10日、ホテル日航大阪に於いて、第8回日本数学会季期研究所（MSJ SI 2015）「グレブナー基底の50年」が開催される。

更に、平成28年度は、再び、京都大学数理解析研究所のプロジェクト研究「グレブナー基底の展望」が実施される予定である。

組合せ数学講座は、数学の講座としては、全国的にも類希な、所属学生数の多さを誇る。下記の写真は、平成26年度の講座の記念撮影である。平成27年度のメンバーは、教員５名（私、村井聡准教授、特任助教３名）、学部４年９名、修士１年５名、修士２年５名、博士１、２、３年が、それぞれ、１名、外国人特別研究員１名の総数28名である。

准教授
村井　聡
Murai Satoshi

1982年大阪府箕面市生まれ。幼少の頃は阪大のすぐ近くに住んでいて、待兼山は遊び場の一つだった。2000年に大阪大学理学部数学科入学、2008年に情報基礎数学専攻博士後期課程修了。山口大学に４年半勤めた後、2014年に大阪大学に着任。

教員メンバーでは唯一の情報基礎数学専攻修了生ということなので、学生時代の話を中心に、自分がどういう風に数学に接して来たのかを述べてみることにしよう。

大学に入るまで

こういう仕事をしていると、子供の頃から数学が得意だったんですか？とか、数学が好きだったんでしょう？と聞かれることが多い。面倒なので適当に話を合わせてYesと答えることにしているのだが、実際はそうでも無かった。卒業高校は大阪の中堅の私立の進学校だったが、数学の成績は二番手集団くらいに位置していたし、そもそも数学より物理の方が得意だった。実は、理科実験が嫌いで、阪大の数学科は入学してから一切実験をすることなく卒業できる！というのが阪大の理学部数学科を選んだ最大の理由である。（残念な事に、今では数学科でも実験の授業が必修になっている。）また、一時期は学業が振るわなかった時期もあって、偏差値が30を切ったこともある。その頃は将来学者になるなどとは夢にも思わなかった。

大学での数学

2000年ぴったりの大学入学である。学生諸君の記憶にあるかどうかわからないが、2000年というのは区切りの年だけあって、世紀末的な話題で盛り上がった。最も有名なのは、1999年に人類は滅亡する、というノストラダムスの大予言だろう。また、2000年問題と呼ばれる、古いコンピューターが2000年を1900年と認識して誤作動を起こし、社会に深刻な被害をもたらす可能性がある、という話も出て、大予言との相乗効果で随分と話のネタになった。結局の所、大きな問題は起きなかったようであるが、年号が切り替わる瞬間には私もハラハラワクワクしながらテレビに向かっていた。

少し学部生の時の話をしておこう。私は数学の問題を解くのは好きだが、理論を勉強して知識を身に付けるのは苦手、というよくいるタイプの学生だった。学部で学ぶ数学の目的は、専門的な数学を学ぶ為の基礎知識を身に付ける事だから、正直な所、学部の

時の数学はあまり楽しくなかった。特に、２年次以降に身に付けさせられる数々の抽象数学に嫌気がさし、３年次の終わりには数学に対する興味はすっかり無くなっていた。

４年生になるとゼミに入らなくてはならない。その頃にはすっかり数学には絶望してしまっていたが、３年で学んでいた数学で唯一興味が持てたのが、有限群の分類の演習問題だった。シローの定理等を駆使して位数の小さい群を分類するのはパズル的な楽しさがあって今でも好きなタイプの演習問題である。今考えると安直な選択だが、ゼミの第一希望はその時群論の授業を担当されていた宇野勝博先生に出した。しかし、宇野先生は翌年から大阪教育大に異動で、第二希望の日比先生のゼミに入ることになる。

この頃すっかり数学には絶望してしまっていた私だが、ゼミに入って気持ちは大きく変化する。ゼミで使ったテキストは

D.コックス, J.リトル, D.オシー：グレブナー基底1,2（シュプリンガー）

だが、これがアタリだった。このテキストは、中身の殆どは計算方法の解説と（膨大な量の）演習問題という、教科書風問題集とでも言うべきテキストだった。ゼミというのは、テキストの内容を自分なりに理解して来てそれを先生の前で発表する、というのが一般的な形なのだが、我々のゼミは、演習問題を片っ端から解いてきてその解答を延々と前で発表する、という感じだった。数えてみると一年ちょっとで250題くらい演習問題を解いていたようである。これだけ演習問題を解いて毎週発表すると相当達成感がある。特に、次々と問題が解けていくのが嬉しくて、ゼミが始まるとすぐに数学が楽しくなって来た。

演習問題が解けないと何も進まないので、とてもゼミ用としてお勧めできるテキストではないが、普通のテキストを使っていたら数学に絶望していたままだったかも知れない。偶然ではあるが、このテキストを読むことになったのは大変幸運だった。

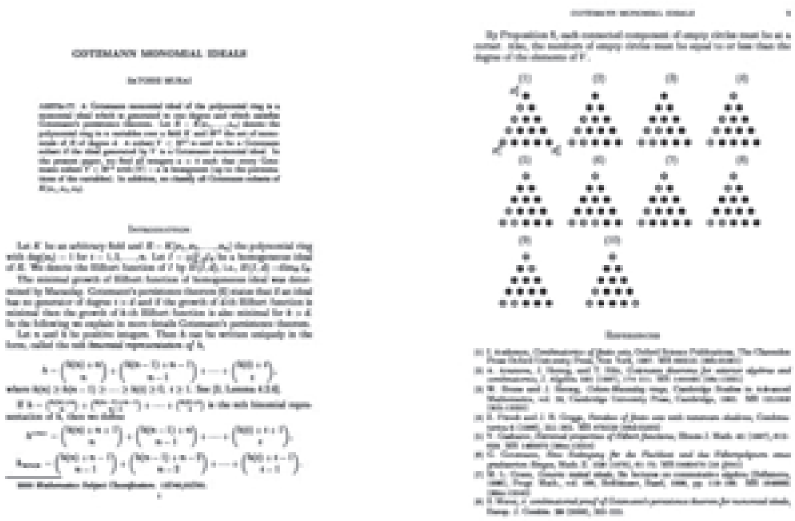
修士論文に関わる話

ここからは修士課程に進学してからの話をしよう。修士課程での大きな目標は修士論文を書く事である。分野や大学によって差もあるが、一般的には半年から一年半くらいかけてテキストや英語の論文を読み、修論のテーマを決め、自分の研究を始める。ただ、博士課程進学者は早めに論文を書いておくことが望ましい。私の場合も進学の可能性が考慮され、Ｍ１の５、６月に論文が書けそうなテーマを一つ貰って早々に研究を始めることになった。研究内容は“Gotzmannの永続定理”という定理に関連するもので（詳細は情報科学研究科賞のページに譲る）、この研究テーマで夏休み前までに二つ結果を出す事ができ、それを一本の論文として纏める事になった。


修士論文発表会の時の様子

大学院を卒業するだけなら、修論は指導教官に認められればだいたいOKである。しかし、研究者になる場合は、書いた論文を学術雑誌に投稿し、査読を通って掲載してもらうことで初めて自身の研究業績となる。当然、私も書いた論文を雑誌に投稿したわけだが、ここで早速数学者としての洗礼を受ける。査読の結果が返ってきたのだが、なんと、二つ作った定理のうちの一つがとある論文で既に証明されている、というのである。慌てて紹介された論文を調べてみると確かにその通りで、頑張って証明したことも水の泡になってしまった。研究者としての第一歩を踏み出そうとしたところでいきなり躓いてしまったわけである。しかし、ここから巻き返しを計る。実は、この時の査読のレフェリーはとても親切な人で、報告書の最後に「証明方法は新しいので、この方法でGotzmannの永続定理の別証明を考えれば面白いのではないか？」と提案してくれていた。確かに、自分の証明から簡単に別証明を与えることができたので、論文を“残っていたもう一つの定理”と“永続定理の別証明”の二つの論文に分けて新たに雑誌に投稿し、どちらも無事修士の間に受理されることとなる。この二つの論文を纏めたものが私の修論である。

実は、この話には続きもあって、この時のレフェリーに紹介された論文を切欠に、2年後にもう一本論文が書けることになる。１本論文がダメになった代わりに３本論文ができたわけだから、結果的にはとてもラッキーだった。



修論：論文といっても、右のような簡単な絵を書いて、後は二項係数の計算をするだけの簡単な結果です。

研究の開始

博士課程に進学するかどうかはずいぶんと悩んだ。研究職への就職が大変厳しいことは周知の事実だったし、進学とは言っても、この年になると自分の食い扶持は自分で稼ぐ必要がある。DC１やDC２（国の博士進学者支援制度）に採択されればお金の心配

は無いのだが、採択率は当時は十数%で、採択者の大部分は京大・東大の学生であるから、あまりアテにはできない。そもそも自分は偏差値30の男である。研究職を目指すなどというのは本来想定の範囲外であった。しかし結局は、既に修論の結果も出ていたこともあり、M１の夏頃に大博打に出るつもりで進学を決める。

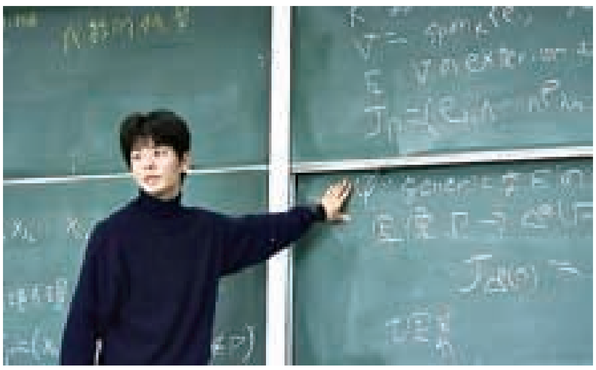
進学を決めた後、代数（可換環論）の組合せ論への応用を中心に研究することになり、Gil Kalaiのサーベイ

Gil Kalai: Algebraic shifting, Computational Commutative Algebra and Combinatorics (Advanced Studies in Pure Mathematics, vol. 33), 121-163

を読む。初学者にとっては、結果を証明すること自体よりも、論文が書けそうなネタを探すことの方がずっと難しい。このサーベイには、定理の証明などの理論的な事は殆ど何も書いていないのだが、その代わり未解決問題や予想が50個も載っている。一問解けば一本論文が書けるから、全部解けば理論上は50本論文が書ける！というネタの宝庫だった。実際には、問題の大半は解けそうに無いものばかりなのだが、50個もあれば２、３個は解けるものもあるだろう、と思って、このKalaiの問題集の中で解けそうな問題に手をつけ始めたのが自分の研究の出発点となった。50本の論文は書けなかったが、修士の間に３つ問題を解いて３本論文を書いた。これに、２本の修士論文と指導教官との共同研究の論文数本が加わったので、修士の学生としては十分な研究成果であろう。

博士課程に進学してから

幸いなことにDC１に採択され、博士課程の間は経済的な問題の心配は無くなった。学位論文は出版されている論文の中から適当に選ぼうという話になったので、博士課程の間の研究テーマを指導教官と真剣に話し合った記憶は無いのだが、状況から察するに“g-予想”と呼ばれる球面三角形分割の面の個数に関する予想が提案されたテーマだったのだと思う。しかし“これが解ければ後は一生遊んで暮らせる”などとも言われていたので、どこまで本気だったのかは不明である。いずれにして手が出せそうな問題でもなかったので、日比先生には申し訳なかったが、博士課程在学中は、指導教官ご推薦のこの問題は放っておいて、自分で好き勝手に研究していた。



学位論文審査会の時の写真：この頃はまだ若かった？

すいぶんとお世話になったKalaiの問題集もそろそろネタ切れで、新しい問題を探していたのだが、2006年に偶然lex-plus-power予想と呼ばれる可換環論の予想についての論文（当時はpreprintだった）

J. Mermin, I. Peeva, M. Stillman: Ideals containing the squares of the variables, Advances in Mathematics 217（2008），2206-2230

を読んだ折、その中に書いてある未解決問題が初等的な方法であっさり証明できることに気付き、その流れでしばらくlex-plus-power予想に関する研究を進める。最終的には、当時中心的に研究されていた単項式の場合に予想が解決できたのだが、結局証明は初等的な方法しか使わなかった。この頃学んだのは、意外と初等的に解ける問題は沢山あるので、若い時はとにかく手を動かして計算してみることが大事、という事である。

2008年に学位を取り、それから暫くポスドクをやっていた。学位取得後本当に職が見つかるかどうかはとても心配だったのだが、就職時期がちょうど団塊の世代の定年退職の波に重なる幸運もあってか、2009年10月に山口大学理学部数理科学科で講師として雇って貰えることが決まった。

山口大学に入って

もし、人生で一番楽しかった時期は何時だったか？と聞かれたら、迷うことなく、山口大学時代と高校時代と答えるだろう。職に就けたことで将来に対する不安からは一気に解放されたし、若い間は雑用も少ない。この仕事は就職するまでは苦難の道程であるが、大学に就職できれば大抵気楽で楽しい生活が待っているのだ！

話は変わるが、山口大学の数理科学科には“数学工作倶楽部”という、数学関係の模型を作る活動がある。これは教員の廣澤史彦先生という方が学生と一緒にやっておられる活動だが、私も学生に混じって結構参加させてもらった。百聞は一見に如かず、ということでちょっと作ったものの写真を載せておこう。

工作作品色々：左の方の菱形多面体系は京大の塚本靖之さんに教えてもらったものが原案。
それ以外は工作倶楽部で作成。

詳しく知りたければ山口大学理学部のHPを見てみると良い。この活動の経験を活かして（？）研究集会での発表で模型を使ったこともある。下の写真は2012年のMSRIでの集会で一般下限定理という定理について講演している時に模型を使って説明している様子。

2012年12月にMSRIにて：この講演はMSRIのHPでビデオ映像として見ることもできます。

研究内容と所属の学生に学んで貰うこと

少しくらいは自分の研究内容のことも書いておこう。主な研究対象は、多項式環の単項式イデアル（代数の話）と多面体やセル複体の面の個数（組合せ論の話）で、特に、スタンレー・ライスナー環という、面の個数を単項式イデアルの理論を使って調べる手法があり、その周辺で解けそうな問題を何でも調べている。最近やっていた研究は次のような感じである。

- 多様体の単体分割の頂点の個数や面の個数を調べる研究
- 凸多面体の面の個数や、凸多面体の三角形分割の研究
- 半順序集合の鎖の数を調べる研究

少なくとも何かの個数を調べるのが主な研究内容という事はわかって貰えるだろう。

今の所、所属した学生には組合せ論の勉強をして貰う予定である。代数の勉強をしてもらう予定はないので、所属希望の学生に前提知識は何も要求しない。以前の職場では、多面体・数え上げ・線形計画法、といった組合せ論や応用数学の話題を勉強して貰った。

最後に

私は本格的に数学を始めてまだ10年くらい。これからやってみたい数学はまだまだ沢山ある。とりあえず大学院を卒業したい、という学生も大歓迎であるが、私と一緒に新しい事を勉強してみたい、という意欲ある学生も是非来て欲しい！

離散幾何学講座

幾何的対象の離散的側面、代数的側面、解析的側面を中心に研究している。
また、幾何学の様々な概念をコンピュータを用いて可視化することや、
そうして得られたアルゴリズムの情報科学分野への応用も行っている。

教授
和田　昌昭
Wada Masaaki

専門は何々です、というのが普通だと思うけれど、いろんなテーマを気ままに研究してきたので専門を聞かれると困ってしまう。最近は、専門は数理情報学です、と言うことにしている。
自己紹介代わりにこれまで研究してきたテーマを順に挙げることにしよう。

３次元球面上の非特異モース・スメール流

大阪大学理学部数学科の４回生のゼミでは力学系の勉強をした。それと並行して、同級生の小林毅君のゼミにも出席させてもらい、そちらでは低次元トポロジーを学んだ。大学院に進学し２年の夏に書いた修士論文では、３次元球面上の非特異モース・スメール流の周期軌道として現れる絡み目のタイプを決定した。

ところが、その論文の出版に関して大きな挫折を味わった。定理は良い結果だと思えたし、学会発表の反応も上々だったので、トポロジー分野で権威のある雑誌に論文を投稿したのだが、次々とリジェクトされるという目に遭った。何度も書き直して、やっとの思いでその論文が出版されたのは、定理を証明してから７年後のことだった。

M. Wada: Closed orbits of non-singular Morse-Smale flows on S^3, J. Math. Soc. Japan, Vol.41（1989）No.3, 405-413.

研究者を目指す者にとって最初の論文が７年も世に出ないことの影響は大きい。発表論文がないと就職も思うようにならないし、何よりもそのことで自分自身の数学界に対する素朴な信頼感が失われてしまった。

この論文は、出版後 10年ほどしてから急に引用され始め、今でも引用が続いている。数学界の反応は非常に遅いけれどそれほど捨てたものでもないかもしれない、と思い直している。

双曲空間の合同変換の共役不変量

博士後期課程の時に、コロンビア大学に留学させてもらえることになった。学部４回生のときに広中平祐氏が始めた夏期セミナーに参加していたのだが、それがきっかけで、今度は始まったばかりの数理科学振興会奨学生に推薦してもらえたのだった。僕にとっては突然天から降ってきたような話だった。

コロンビア大学では双曲空間の合同変換の研究をした。$PSL(2,\mathbf{R})$ が双曲平面の、$PSL(2,\mathbf{C})$ が３次元双曲空間の、向きを保つ合同変換の群を表すことはよく知られているが、より一般に、クリフォード数係数２×２行列を用いて n次元双曲空間の合同変換を表すことができる。２～３次元においては行列のトレースを用いて合同変換の共役分類ができるが、高次元でトレースに対応する共役不変量を書き下せ、という Ahlfors が出した問題に興味を持って取り組んだ。それを完全に解決して、1986年に学位を取得して帰国した。

M. Wada: Conjugacy invariants of Möbius transformations, Complex Variables, Vol.15（1990）, 125-133.

結び目理論

一旦は帰国したものの日本での就職はうまくいかず、１年後アメリカに戻ってペンシルバニア大学に就職した。ペンシルバニア大学では微分幾何学の勉強を始め、２年目には大学院向けにスピン幾何学の講義までしたが、始めたばかりの微分幾何学では論文が書けず、けっきょく昔からやっていた結び目理論の研究に切り替えた。

そのころに書いた２つの論文が、結び目理論に関する主要業績になっている。とくに、ねじれアレキサンダー多項式は、多くの後続研究を生み出すことになった。

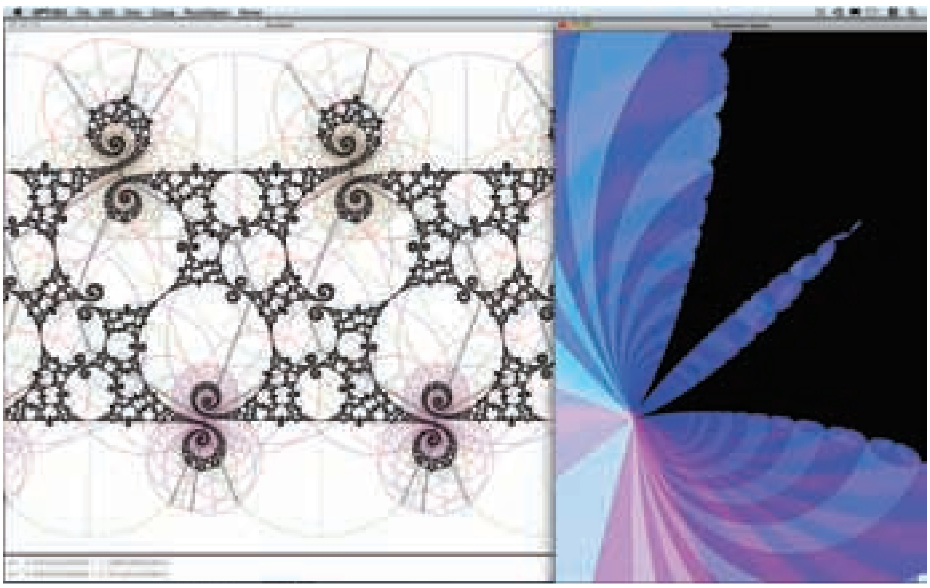


図１：OPTiのスクリーンショット

M. Wada: Group invariants of links, Topology, Vol.31（1992）No.2, 399-406.
M. Wada: Twisted Alexander polynomial for fnitely presentable groups, Topology, Vol.33（1994）No. 2, 241-256.

OPTi

1992年に、奈良女子大学理学部情報科学科に就職することになり帰国した。僕ほど研究テーマをころころ変える人も少ないのではないかと思うが、情報科学科に移ったことで、ますます自由に研究できるようになった。５年目の1996年は僕にとって大きな節目の年になった。

そのころ、EpsteinとPennerによって定義された双曲的多様体の標準分解に興味を持っていた。双曲的２橋結び目補空間の場合に、その標準分解がどうなるかを考え始めたところ、当時大阪大学理学部にいた作間誠氏が同じ問題を考えていることがわかり、同僚の山下靖氏らも誘って共同研究を始めた。作間氏が興味を持っていたJorgensenの難解な論文を読み始めたが、内容の数学的理解は作間氏らに任せて、僕は書かれていることを直感的に理解できるようにするためのコンピュータプログラムを作ることにした。プログラミングは学生時代からずっと趣味でやっていたから得意だった。

作ったプログラムに極限集合を表示する機能などを追加して、OPTiという名前をつけて公開したところ、多くの研究者が使ってくれるようになった（図１）。OPTiを使って定理が証明できるわけではないけれど、OPTiによって得られたインスピレーションから新しい数学の定理が生み出されるということも起きるようになり、これはもうOPTi自体を数学の業績として認めてくれてもいいんじゃないかと思った。

作間氏らとの共同研究の成果は次の本にまとめられている。

H. Akiyoshi, M. Sakuma, M. Wada, Y. Yamashita: Punctured Torus Groups and 2-Bridge Knot Groups I, Lec. Notes in Math. 1909, Springer（2007）.

Schwarz微分

学位論文で計算しまくってせっかく使い慣れたクリフォード数を何かに使えないかと考えるのだが、思いつくことはことごとくAhlforsが先に手を付けていた。ユークリッド空間のSchwarz微分に関しても Ahlforsが先に定義していたが、メビウス変換に対してSchwarz微分が消えることを先に示したのは僕だった。そのAhlforsが亡くなったのも1996年だ。

高次元ユークリッド空間の変換に対してSchwarz微分がうまく定義できることを、当時同じ大学にいた微分幾何学の小林治氏に話すと、大変興味を持ってくれた。しばら

くすると、驚いたことに、僕の定義式にスカラー曲率の補正項がついて、リーマン多様体に拡張されていた。そうして小林氏との共同研究が始まった。ペンシルバニア大学時代に微分幾何学の勉強をしたことが意外なところで役に立った。とは言え、僕のほうは小林氏が次々と繰り出す計算を理解するだけでせいいっぱいだった。

リーマン多様体上のSchwarz微分の定義と基本的性質が明らかになったところで、気の効いた応用が欲しいという話になり、Nehariの単射性定理の拡張をやろうということになった。ユークリッド空間の話ならば僕の出番だ。このときに証明した定理は、２次元に限っても非常に興味深いものだと思っている。

定理　$f:\mathbf{R}\to\mathbf{C}$を複素平面上の３回連続的微分可能な曲線で、$f'(t)\neq 0\ (t\in\mathbf{R})$とする。このとき、$f$のSchwarz微分

$$S_f(\mathrm{t})=\frac{f'''(\mathrm{t})}{f'(t)}-\frac{3}{2}\left(\frac{f''(\mathrm{t})}{f'(t)}\right)^2$$

の実部がすべての $t\in\mathbf{R}$ に対して $\mathrm{Re}S_f$（t）≦0をみたすならば、f は単射である。

２年以上かけた小林氏との共同研究の成果をまとめた論文は、新しい数学的概念を提起しその応用まで示した深い内容だと自負しているが、なぜか一流学術誌には次々と採録拒否され、かろうじて以下に掲載された。真に新しいものは受け入れられないような気がしてならない。

O. Kobayashi and M. Wada: Circular geometry and the Schwarzian, Far East J. Math. Sci., Special Volume (2000), Part III (Geometry and Topology), 335-363.

DeltaViewer

1996年ごろ、僕は数学の研究と並行して脳研究も始めていた。脳については学生時代から興味を持っていたけれど、本を読んで得られる知識は断片的で満足できるものではなかった。この際、やりたいことは何でもやろうと思い、本気で脳研究を始めたのだった。脳に関係ある研究をしている学内研究者を集めて「脳セミナー」を主催したり、いろんな学会に出かけて行っては人の話を聞いたりしたが、自分が提供できるものは何かと考えると数学とプログラミングしかなかった。

そこで、そのころ僕のゼミで大学院に進学した杉浦さんと相談して、脳研究者が手軽に使えるフリーの３次元画像処理プログラムを作ることにした。画像ファイルの入出力からグラフィクスプログラミングまですべて一から手づくりで始めたので、試作品が完成するまでに２年かかった。３年目にはプログラムの機能拡張も進み、プログラムを公

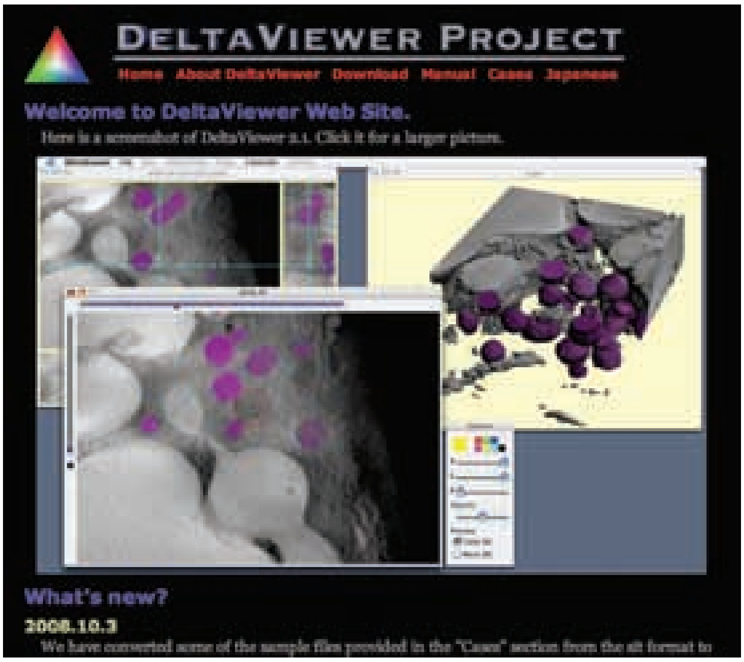


図２：DeltaViewerプロジェクトのホームページ

開したところ共同研究を申し出てくれる人も現れた。日本バイオイメージング学会で発表したところ、2003年、2004年と連続でベストイメージ書馬賞をいただいた。おかげで脳研究も楽しく続けさせてもらっている。

反復関数系の極限集合

2009年に大阪大学に戻り、現在いる情報科学研究科に移ることになった。その最初の年の４回生ゼミにやってきた学生の一人である下村君が修士課程に進学してフラクタルの研究がしたいというので、反復関数系の研究につき合うことになった。力学系やクライン群と同じようなものだろうと思っていたが、始めてみると基本的な問題が未解決のまま山積みの印象だった。

反復関数系の基本的不変量の一つにハウスドルフ次元というものがある。そんな百年も前に定義されたような量なんてすでに研究し尽くされているのかと思いきや、実際にはわからないことだらけで、ハウスドルフ次元が計算できているのは相似変換で定義されたフラクタルのようなほんの一部の図形しかない。その代表例が有名なカントール集合C（$1/3,\ 1/3$）で、そのハウスドルフ次元は

$$\dim H(C(1/3,\ 1/3)) = \log_3 2 \approx 0.6309$$

である。カントール集合を定義する２つの相似変換の一方、あるいは両方を、放物型メビウス変換に換えてみるとハウスドルフ次元はもう全然わからなくなってしまうのだった。（図３）

図３：カントール集合C（１/３、１/３）（上）、単放物型カントール集合 SPC（１/３、１/３）（中）、複放物型カントール集合DPC（１/３、１/３）（下）。

　しかし、下村君が次々と文献を読んで紹介してくれるおかげで糸口がつかめて、二人共同でハウスドルフ次元の上からの非自明な評価を与えることができた。その後下村君が自力で下からの非自明な評価も与え、今では

$$0.6747 \leq \dim_H(SPC(1/3,\ 1/3)) \leq 0.7342$$
$$0.6507 \leq \dim_H(DPC(1/3,\ 1/3)) \leq 0.8129$$

ということがわかっている。下村君は博士課程に進学し、研究技術を身につけながら次々と新しい課題に向かっている。頼もしい限りだ。

おわりに

　自分自身の研究がこんな具合だから、学生の研究をどう指導すればいいのかはいつも悩む。学生自身が自分のやりたいことをみつけて自分のやりたいように思う存分やればよくて、こちらはその邪魔をしないように見守っていればいいのかなと思ったりもする。先生なんて関係ないよ、世界を相手に一つ力試ししてやろうじゃないの、という気骨のある学生が現れることを期待している。

准教授
永友　清和
Nagatomo Kiyokazu

昭和31年（1956年）宮崎県の片田舎に生まれ、昭和54年（1979年）大阪大学理学部数学科を卒業、同修士課程、博士課程を経て現在に至っています。専門は「共形場理論とその応用」ならびに「微分方程式と保型形式」です。最近は特にモジュラーなテンソル圏の一般論を共形場理論へ応用することに興味があります。また、非可換環論との関係を明らかにすることを今後の重要な問題として意識しています。作用素環論の研究者の方々とも共通の話題が生じつつあります。さらには、楕円曲線上の共形場理論の１点関数のみたす微分方程式を通じての整数論との意外な関係にも大変興味をもっています[8]。

はじめに，修士課程，博士課程における研究指導の方針を述べます。

【研究指導の方針】

１．修士課程

次にあげるキーワードに関する研究課題を学生の皆さんと相談の上で決定して、研究課題の達成に必要な１）文献読解、２）問題の解決の補助、３）論文作成の指導をおこないます。週１回のセミナーでの議論を基本として、必要に応じて研究室での議論もおこないます。

博士課程進学希望者は、日本学術振興会の支援を得るためにできるだけ早い時期[1]に論文を出版する必要があります。発表論文は英語を用いますので、英語による論文作成の指導をおこないます。

キーワード

非可換環の表現論、無限次元リー環の表現論、頂点作用素代数の表現論、共形場理論、フュージョン代数と保型形式、Verlindeの公式と代数的組み合わせ論、モジュラーなテンソル圏、代数的共形場理論、保型形式と微分方程式

特に非可換環の表現論が重要であると考えています。今後、非可換環の表現論は純粋数学のみならず、数理物理学、暗号理論等に関係する情報科学に関係する数学において重要な役割を果たすものと期待されるからです。そのような兆候はすでに現れています。その１つの例として、非可換環上の対称 ２次形式と数理物理学における期待値との密接な関係があげられます。また、ベクトルに値をとる保型形式と微分方程式の関係は整数論と結びつくまだ詳しく研究されていない有望な分野です。個人的にはこの分野に大変興味をもっています。

皆さんの参考のためにセミナーのテキストとして候補となる書籍をあげておきます。

セミナーのテキスト

1． V. G. Kac, *Vertex algebras for beginners,* Second Edition, AMS, University LECTURE Series Vol. 10, Providence, Rhode Island, 1998または First Edition.（頂点代数と共形代数の基本的な教科書）
2．B. Bakalov, A. Kirillov, Jr., *Lectures on Tensor Categories and Modular Functors*, University LECTURE Series 21, AMS, Providence, Rhode Island, 2001.（テンソル圏とモジュラー関手の解説－難解ですー）
3．J. Lepowsky, H. Li, *Introduction to Vertex Operator Algebras and Their Representations, Progress in Mathematics,* Birkäuser, Boston, Mass. 2004。（頂点作用素代数の最新の教科書）
4．土屋昭博述、桑原敏郎記、共形場理論入門、数学メモアール、第４巻、日本数学会、2004年。（土屋昭博氏の京都大学理学研究科における共形場理論の講義録）
5．山田泰彦、共形場理論入門、数理物理シリーズ 1、培風館、2006年。（物理学の立場から書かれた共形場理論の良書）
6．E. Frenkel, D. Ben－Zvi, Vertex Algebras And Algebraic Curves, Second edition. Mathematical Surveys and Monographs, 88, American Mathematical Society, Providence, RI, 2004.（代数曲線上の頂点代数を論じています。良書ですが、難解です。）

2．博士課程

共形場理論、モジュラーなテンソル圏、保型形式と微分方程式に関連する話題の中から将来性があると考えられるものをいくつか提示し、その中から研究課題を選択します。指導方法は修士課程に準じますが、上記のキーワードに関する論文を解析するセミナーを実施して、修士課程で得た知識を発展させます。また、共同研究を通して、如何にして問題を見つけ、それを解き、論文を書くかを身につけることを目的とします。これにより、独力で論文を仕上げることが可能となれば、指導は成功したものと考えます。博士課程３年次までに論文３編の成果をあげることを目標とします。

英文による論文作成の指導も重要であると考えています。具体的には、原稿を学生の皆さんが書き、それを研究室で添削していくことにより、数学的な問題と英文の訂正を実施します。

【過去の学生のみなさん】

過去、セミナーで修士課程、博士課程を過ごした学生のみなさんは ４名で、うち３名は大学で教育にたずさわる数学の研究者として活躍しています。

以下で研究の経歴について述べます。

【研究の経歴】

現在の研究課題に到達するまでには、紆余曲折がありました。修士論文は相対論的マックスウェル方程式の解をスピノールで表示する公式に関するものです。その内容は方程式の特殊解を代数的に構成するもので、修士課程在学中に完全積分可能系の理論として集中的に研究されていた分野における１つの成果として位置づけることができます。

完全積分可能系の理論は博士課程在学中に佐藤幹夫先生によるKP方程式の理論、情報基礎数学専攻名誉教授の伊達悦朗先生を含む京都スクールによる頂点作用素を用いたソリトン解[2]の記述、アフィンリー環の表現論との深い関係が発表されました。この研究に触発されて、現在「無限次元的な完全積分可能系」とよばれる分野へと研究対象を徐々にシフトしていくことになります。さいわい、修士課程でセミナーで学んでいたHawkingの理論と関係する一般相対性理論における重力場方程式（アインシュタイン方程式 ）の特殊な場合[3]であるエルンスト方程式を佐藤理論の枠内で論じることができることに気づき、その研究を始めることになります。しばらくして、エルンスト方程式の場合に佐藤理論の類似が成り立つことを証明することに成功し、その成果が博士論文となりました。

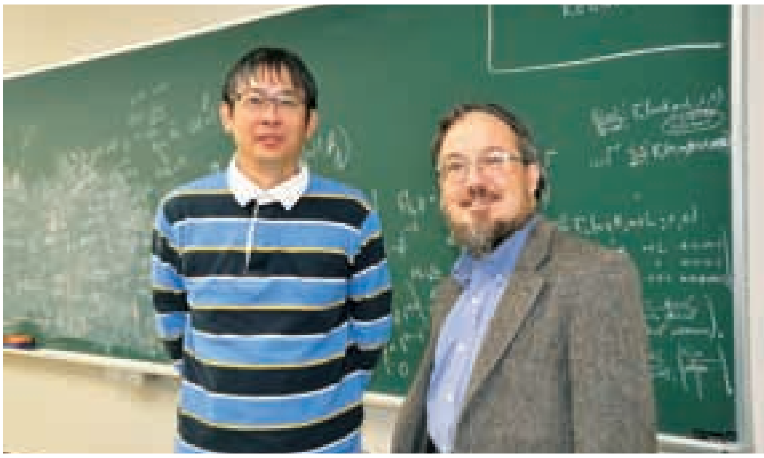
その後、次の研究対象を求めて長い間、数学の波間をさまようことになります。自分の生涯の研究目的としうる研究対象に到達するのに数年間を要しました－実は最初の年に決まっていたのですが－1991年に名古屋大学の土屋昭博先生が大阪大学理学部数学科で「共形場理論入門」と題する集中講義をされました。この集中講義に出席し、自分の勉強のためにほぼ１年間をついやし、講義において証明抜きで与えられた定理の証明を与えました。これは数理物理学でよく使われる作用素展開の方法を学ぶ機会となり、その後の研究に非常に役立つことになります。もっともこの時点では、そのことを特に意識していたわけはありません。このときに勉強した内容が大阪大学数学講義録の第１巻 [4] として1993年に出版されたときたいへんうれしく思いました。研究の転機は1994年の夏からから 1995年の春にかけて、文部省在外研究員[4]として滞在したマサチューセッツ州ケンブリッジにあるマサチューセッツ工科大学（MIT）において訪れました[5]。 およそ 10ヶ月のMIT滞在の間、 無限次元リー環論（Kac Moody Lie algebra）の分野における第１人者であるVictor Kac先生の身近で研究する[6]ことができました。Kac先生が大学院生向けに講義されたのは後にVertex algebras for beginners [1] としてアメリカ数学会から出版されることになる本の内容でした。この講義は、土屋昭博先生の集中講義とその後に私が身近に感じるようになっていた作用素展開の方法を代数的に整理することから始まりました。すでに作用素展開には慣れ親し

んでいたものの、その代数的な扱いに感銘を受けたことを記憶しています。この講義（火、木）[7]の内容を完全に理解しようと残りの滞在期間のすべてを費やすことになります。ボストン滞在は、研究上の新しい成果はなかったものの、新たに取り組む研究対象にたどり着いた大切な10ヶ月でした[8]。

帰国後、頂点作用素代数（あるいは頂点代数）に関連する問題を探しましたが、適当な問題が見つからず、なかなか研究成果を挙げることができません。しかし、１年後に再びMITを訪れる機会があり、Kac先生との議論から、頂点作用素代数の自己同型群に関する問題に取り組むことになりました。帰国後すぐにこの問題に取り組むことになります。当然のごとく問題解決の糸口が見つからず、また数ヶ月[9]を費やすことになります。

冬のある土曜日、東京大学数理科学研究科で開催される戸田セミナー[10]で、私の取り組んでいる問題を解説しました。そのセミナーに参加していた東京大学数理科学研究科准教授の松尾厚さんとの出会いが、現在に至る私の研究方向を決定づけることになりました。松尾厚さんはずいぶん前から頂点作用素代数の研究をされています。しばらくして、松尾厚さんからセミナーで述べた問題が解けたという連絡があり、集中講義のために立教大学理学部を訪れた際に松尾厚さんと議論すると確かに問題は解決されていました。これで、はじめて頂点作用素代数に関わる論文[2]を書くことができました。松尾厚さんとの共同研究はその後も続き、その内容の一部は日本数学会のMemoir No.4[3]として出版されています。

1997年から1998年にかけて、再びアメリカに滞在することになりました。そこで、滞在先として選んだのがカリフォルニア大学サンタクルーズ校[11]です。モントレー湾を一望するセコイアの木々に囲まれた小高い丘にあるキャンパスで頂点作用素代数の研究の第一人者であるChongying Dong氏と Geoffrey Mason氏との共同研究、特



に Dong氏との共同研究を開始することになりました。同じ時期に Katria Brronさんも滞在していました。

共同研究が始まって最初の半年は何の成果も得ることができませんでした。その理由の一部分は、２人の使う記号がことなり、どちらかに統一しなければならなかったこと、また、作用素展開に依存する方法が考えている問題にそぐわなかったからです。しかしながら、４月、長い雨期[12]が終わるとともに、その間に蓄えていた計算結果が多くの問題に適用されることがわかり、最終的には３編の論文を仕上げることができました。ほとんど成果を得ることなく帰国するという現実を受け入れようとしていた時だけに美しいモントレー湾がさらに美しく見えたことを思い出します。

サンタクルーズからの帰国後、土屋昭博先生に名古屋でお会いしたとき「共形場理論の本を書かれないのですか？」と云ったことがきっかけとなり、執筆のお手伝いを始めることになりました。もう15年以上前のことです。このときにはいわゆるヴィラソロ代数から構成される極小模型の理論の解説をすることが目的でしたが、実際には、極小模型の理論に関してはプレプリントしか存在せず、解説といいながら、実際には研究にかなり近いスタイルでした。この執筆過程の途中2001年からは、一般的な枠内で共形場理論の構成に関する共同研究を本格的に始めることになります。５年を経て、研究成果の第一部が出版されました [5]。この共同研究を通して、多くの数学と数学に取り組む姿勢を学びました。

最近は、ドイツのボンにあるマックス・プランク研究所のディレクターDon Zagier氏[13]と共同研究を進めています[14]。

また、九州大学数理学府の金子昌信さんとは保型形式、微分方程式と共形場理論の関係に関する共同研究を進めています。具体的には、整数論から導かれた Kaneko－Zagier方程式がトーラス上の共形場理論における １点関数の構成と関係するという意外な現象を取り扱っています。意外と云えば、制限量子群と結び目の不変量の間にも関係があり、それは早稲田大学理工学術院の村上順さんとの共著の論文 [6] で述べてあります。金子昌信さん、村上順さんは大阪大学理学部でのかっての同僚でいつかは共同研究をしたいと考えていましたが、最近になりようやく望みがかない始めています。

Don Zagier, Victor Kacと共に（Max Planck Institute for MathematicsにおけるSpring Schoolでの懇親会。イタリアレストラン Rosesにおいて）

また、計算機のプログラムにも興味を持っています。最近、滋賀県立大学の谷口義治先生と共著で Mathematica[15]による線型代数の本 [7] を出版しました[16]。もっとも、プログラミングの指導はできませんのであしからず！

定年退職までもう８年もありませんが、まだまだ、修行の日々がつづく予定です。ともに「数学」を学んで論文を書いてみませんか？

参考文献

［1］V. G. Kac, Vertex algebras for beginners, Second Edition, AMS, University LECTURE Series Vol. 10, Providence, Rhode Island, 1988 またはFirst Edition.

［2］A note on free bosonic vertex algebra and its conformal vectors, with A. Matsuo, Journal of Algebra, 212, 365.418（1999）

［3］Axioms for vertex algebras and the locality of quantum .elds, with A. Matsuo, Memoirs, Mathematical Society of Japan, 4, 1999.

［4］共形場理論入門、土屋昭博述、永友清和記、大阪大学講義録 Vol.1,1993年[17]

［5］Conformal .eld theories associated to regular chiral vertex operator algebras I: theories over the projective line, with A. Tsuchiya, Duke Math. J. 128, no. 3, 393.471（2005）

［6］Logarithmic knot invariants arising from restricted quantum groups, with J. Murakami, Internat. J. Math. 19, no. 10, 1203.1213（2008）

［7］線形代数と Mathematica（共著：谷口義治）、2012年、牧野書店

［8］共形場理論、モジュラー関手とモジュラーなテンソル圏、日本数学会、数学　第63巻、第4号、396.420（2011）

1　正確には修士課程１年次を終了するまでに出版することが望ましい。

2　粒子的に振る舞う孤立波であることに由来しています。

3　時空が定常かつ軸対称な場合です。

4　当時は文部科学省ではなく文部省でした。

5　マサチューセッツ工科大学はボストンにあると思われがちですが、実際にはボストンの川向こう（チャールズ川 ）のケンブリッジにあります。このケンブリッジも英国のケンブリッジとまぎらわしいですが...

6　といってもセミナーと講義に出席しただけで、共同研究したわけではありません。

7　時間割にTRと書いてあるだけでいつのことやらまったくわかりませんでした。

8　残念ながら、英語は全くというほど上達しませんでしたが…。実際Chongying Dong氏にサンタクルーズについたばかりのときどんなに英語が下手だったかと云われました。それでも生活と研究ができるから不思議です。

9　数ヶ月ですんで良かったのですが...

10　戸田盛和先生の名前を冠しています。

11　サンフランシスコ空港からCA１号線で海岸沿いに１時間ほど南下したところに位置します。

12　カリフォルニアには四季がありますが、日本とちがうのは夏は乾季で冬は雨期であることです。夏には草原は黄金色になり、冬には青々と緑がはえます。

13　整数論で有名な研究者です。

14　外国で研究する時間を与えられているのは大変しあわせなことです。

15　Don Zagier氏はフリーウェアであるPARIを使っています。MAPLEなど、どの数式処理システムを使うかはなかなか難しい問題です。

16　谷口義治先生もかっての同僚です。

17　大阪大学大学院理学研究科数学図書室にて入手可能です。

離散構造学講座

**種々の代数体系の研究を基礎にして、
「構造をもった情報」に関わる素材を対象とした数学から情報へ、
逆に情報から数学への双方向の基礎教育研究を行う。**

教授
有木　進
Ariki Susumu

1959年山口県下関市に生まれる。東京育ち。現在の東京海洋大学海洋工学部流通情報工学科に13年間、京都大学数理解析研究所に8年間務めた後、2010年より現職。2003年日本数学会秋季賞受賞。東京の家族のもとにほぼ毎週帰っている。

大学院進学について

この文章を読んでいる貴方はきっと阪大で数学の大学院に進むことに興味があることと思います。大学院に入ると今までのような授業中心の勉強ではなく、セミナーで個人指導を受けつつ勉強する形になります。指導教員の助言を受けながらではありますが「2年後には自分で修士論文を書かなければならない」という強い目的意識のもとで勉強していきますから、学部のときのように既知の理論を勉強して終わり、というのではなく勉強した理論を使って今まで誰も計算していなかった例を新しく計算するとか、新しい定理を証明するとか、何かしらの新しいことをやるために頭を酷使して努力しなければなりません。

こうした独創性を育てるための訓練を通じて大きく成長することができますし、論文作成のやり方も学べます。修士論文を書き終えると大きな達成感が得られますし、ずっと数学を勉強してきたことにひとつの区切りがついた、とも思えることでしょう。そして、自分にどれくらい数学の才能があるのだろうか、また自分の持っている理系の才能を一番いい形で生かすにはどういう進路を選べばいいのだろうか、という将来設計に対する自分なりの答えも出せることと思います。数字や論理に強いことは皆さんの持っている大きな才能です。大学院で納得できるまで頭を鍛えてから社会に出てみませんか？

情報科学研究科に進学すると、理学・情報科学のどちらの学位でも取得可能ですし、講義も理学研究科との共通講義や情報科学研究科の講義と各種副プログラムなど幅広い内容で受講できます。

阪大の学生ですから、一部の人は研究者になれるだけの才能があります。それがあなたであるかどうかはわかりませんが、あなたかもしれません。大学教員の甘い言葉に騙されてはいけませんが人生を棒に振らないように周到に準備をしながらチャレンジしてみるのも若者の特権でしょう。気持ちがあれば後期博士課程も目指してみましょう。

私の研究テーマ

私は「Lie理論（代数群・量子群等）に現れる有限次元代数の表現論」を研究しています。例えばHecke代数が代表的な例です。有限次元半単純Hecke代数の表現論はLie型有限群の既約表現の構成や結び目の不変量の構成への応用が古典的で、またLusztigのcell理論という深い理論が存在しますが、私の興味はHecke代数が半単純でない場合―モジュラー表現論―にあります。この分野は1980年代終わりになってRichard Dipper、Gordon Jamesにより創始され、1990年代に私やMeinolf Geck、Andrew Mathasの３人を中心にして研究が大きく進展しました。３人はそれぞれの貢献をしているのですが、私は可解格子模型の表現論と量子群の標準基底の理論をHecke代数のモジュラー表現論に応用することに成功しました。この仕事の結果、今はFock空間や柏原クリスタルという可解格子模型の世界で生まれた概念がHecke代数のモジュラー表現論においても標準言語となっています。

私の理論は複素鏡映群に付随したHecke代数に一般化して考えるのが自然で、この方向に未知の沃野が広がっています。世の中には特殊関数論、楕円曲線論などの特殊な対象を扱う分野だけれど巨大な分野に育った分野がいくつかあります。Hecke代数のモジュラー表現論もそのような分野に育ちつつあるといえるでしょう。2000年代に入り、ChuangとRouquierの圏化理論とRouquierによる一般化、KhovanovとLauda、VaragnoloとVasserot、Kangと柏原の研究などがあい次いで現れ、複素鏡映群に付随したHecke代数の理論は現在箙 Hecke代数の理論へと発展しています。私も急速な発展に追いていかれないように少しずつ論文を書いています。ここ数年はArtin代数の理論を応用することが多かったですが、James予想の反例が現れるなどの近年の情勢から必要とする数学がまた少し変わりつつあります。
実は私の理論の昔の部分については下記の文献で紹介されています。

（ i ）Andrew Mathas著
Iwahori-Hecke algebras and Schur algebras of the symmetric group,
University Lecture Series, 15. American Mathematical Society, 1999.

（ ii ）Meinolf Geck, Nicolas Jacon著
Representations of Hecke Algebras at roots of unity,
Algebras and Applications, 15. Springer, 2011.

（ i ）は基礎的なところから始め、後半で私の理論の紹介をしてくれています。（ ii ）の方が新しいですが、こちらは彼らの研究をまとめたもので裏表紙には次のような宣伝文があります。

The main results of this book are obtained by an interaction of several branches of mathematics, namely the theory of Fock spaces for quantum affine Lie algebras and Ariki's theorem, the combinatorics of crystal bases, the theory of Kazhdan-Lusztig bases and cells, and computational methods.

以上自分の研究の紹介をしてきましたが、せっかく情報科学研究科に所属しているので情報科学に関係する研究もできればと思っており、最近はGeometric Complexity Theoryの研究を始めています。

大学院での指導

大学院ではセミナーでの発表が基本になります。学生のレベルにあわせ指導します。大学院の講義では種々のテーマの表現論を講義していますので、これらの講義を受講することでも表現論の基礎に触れることができますが、大学院ではもっと積極的な自習も期待します。大学院に合格した学生の求めに応じて入学前の秋学期からセミナーをすることもあります。入学後の大体のスケジュールですが

(ⅰ) 修士一年でテキスト１～２冊を読む。
(ⅱ) 修士一年冬までにやりたいテーマを絞り込む。
(ⅲ) その後は修士論文のテーマに関連する論文を紹介しつつ計算をする。
(ⅳ) 夏休みまでにはある程度の結果を得る。
(ⅴ) 修士二年後半で修士論文を作成する。

が目安となります。もちろん学生によっては修士一年の段階から論文紹介や自分の研究を始めることもあるでしょう。大学院は個別指導が基本ですから学生セミナーを基本とした丁寧なマンツーマンの教育が受けられます。

日本における我々の分野の研究活動

RAQ（代数群と量子群の表現論研究集会）が毎年春に行われます。研究集会に参加できるようになると表現論を研究している他大学の大学院生とも知り合いになり、世界がぐっと広がります。他にも多くの研究集会が行われ、いくつかは若手向きですから参加することにより数学研究の一端を覗くことができます。また、大阪市立大学の表現論研究者と共同でORTS（大阪表現論セミナー）を定期的に開催しています。京都大学数理解析研究所でも京都表現論セミナーを定期的に開催しており、関西地区は表現論の盛んな地区として知られています。最近は、大阪市立大学理学部の表現論グループによる代数セミナーも活発です。

私の教育者としての経験

私は高校のときの友達の母親が始めた東京板橋の個人塾、東京郊外中心に展開していた（もうつぶれてしまった）弱小予備校の講師、家庭教師、高校の非常勤教員、などをまず経験し、その後大手予備校の講師や各種模擬試験作成チームのメンバー、また数理に特化した塾の講師などを経験したのち就職しました。大学に就職した当初は常勤になったのに収入が減ってしまい慌てました。これらの教育経験の中で学んだことは多々ありますが、とくに印象に残っているのは大手予備校の模擬試験作成会議です。かならず夕方に始まり、10時過ぎに終わったあとはかならず飲み会に突入、帰れなくなって始発で帰宅、というのがお決まりのコースでした。濃密な人間関係の中でいろいろな話を聞けてとてもよかった。世の中には学生時代に素晴らしい環境に恵まれて数学者になる方もいるようですが、当時の私が置かれていた状況では模試の問題を作成するのが自らの独創性を鍛える唯一の方法であったのも深く予備校に関与していた理由です。同世代も皆50歳代になり数学者としての評価も定まりつつあります。今振り返ってみても、私の他者への評価や予備校での業務を通じてしか自らの独創性を涵養する方法はないという判断は正しかったと思っていますが、とにかく苦しい時期でした。先の見えない中で自費でいろいろ自分に投資して勉強を続けた中で最後には飛躍するチャンスが訪れたように思います。自分の経験から今学生に言えることがあるとしたら、20歳代は自分に投資する時期だということです。

予備校の講義はかならず授業アンケートがあるので不満の割合を10%以下にするために努力する中で講義の仕方も鍛えられました。日比先生も書いておられますが、当時の時給はとても良かったので、びっくりするとともに努力もしました。いい時代でしたね。バブル最高！ですか。生まれたときから景気のよい時代を知らない学生さんには申し訳ないです。

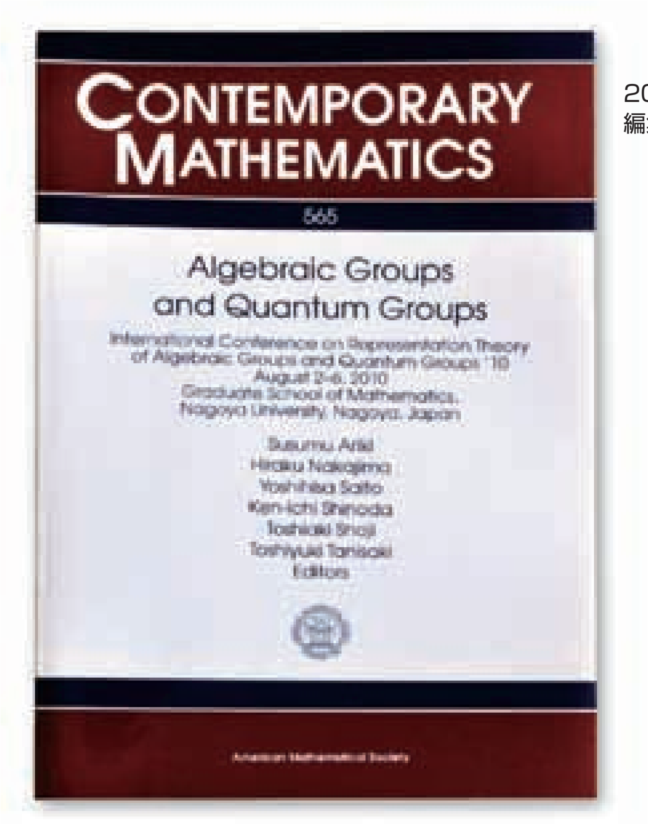
大学の非常勤講師もいろいろなレベルで経験しました。研究所生活も経験しました。自分の売りはありとあらゆるレベルの学生・ありとあらゆるレベルの大学で教えた経験を持っていることだと思っています。もし失業したらその辺を一生懸命アピールしたい

ですね。ちなみに、2010年度の納税書類には東京大学・京都大学・大阪大学の3か所からの給与が記載されています。2010年3月まで京都大学にいたから京都大学の給与、4月から大阪大学だから大阪大学の給与、そして、偶然ですがその年度に東京大学で集中講義をやったので東京大学の給与、というわけです。珍しいし、2度とないことと思うので大事に持っています。これは旧帝大系の大学ですが、最初の勤務校での卒論指導や各種の講義の担当からも多くを学びました。学生の能力に差はあるようでそんなにはない、では差がないのかというとそれなりにある、というのが実感です。才能が自分より上の人が努力を続けていると追い抜くのは難しいですが、そうでない人を追い抜くのは可能です。実際、最初の勤務校の学生から、俺たちと東大生はどれくらい違うのか、と聞かれたことがあります。私の返事は、その東大生が無能だったら蹴落とせ、でも有能でしかも努力している奴だったら逆に守ってやれ、というものでした。この返事を皆さんはどう感じるでしょうか。

ここまでの文章を読んでわかったことと思いますが、教育論・人生論は大好きです。京セラの稲盛さんの人生にも感銘を受けたりします。ですので、数学の高校教員になろうと思う学生、教育論で熱くなれる学生も歓迎します。まあ議論しなくたっていいのですが。

（結語）

ご縁があったら一緒に数学をやりましょう。



2010年開催の国際研究集会の報告集。
編集委員長を務めた。

最初に書いた本。
英語版もあります。

准教授

大山　陽介

Ohyama Yousuke

1962年生。1990年３月京都大学大学院理学研究科数理解析専攻修了。博士（理学）。90年大阪大学理学部助手、現在・准教授。専門は古典解析学、パンルヴェ方程式。

1. 私の研究～可積分系～

「完全積分可能系」を中心とした非線型の方程式について研究しています。完全積分可能系、あるいは簡単に可積分系といわれる微分方程式にどのようなものがあるかは、学部の数学や物理でははっきりとは教えられていませんが、簡単な例として、太陽の周りの惑星の運動や（重心を固定した）剛体の運動を表す方程式などがあります。これらの方程式のように**解を既知の函数を用いて完全に求めることができる微分方程式**を可積分系と言います。

一般の微分方程式で厳密解が求まるものはむしろ限られてますので、可積分系というと特別な話のように思う人も多いかもしれません。しかし、方程式に対称性がある場合は厳密解が求まることが多く、可積分な方程式は数理科学できわめて重要な意味を持ちます。現代数学では可積分系がさまざまな分野の中で現れており、はっきりした定義がある対象というよりは、ある種の思想を表すものになっているといえるでしょう。

可積分系が現代数学の中でクローズアップされるようになったのは、1960年代以降ソリトン方程式と呼ばれる、非線型波動の方程式の一群が研究されてからです。一方で、格子模型や場の量子論で現れる相関函数がパンルヴェ方程式を満たすことが70年代以降に発見され、ソリトン方程式とは異なるパンルヴェ方程式も、解を求めることはできないけれども広い意味で可積分的な方程式として認識されるようになってきました。こうしたソリトン方程式やパンルヴェ方程式は、超幾何方程式やベッセル方程式などの古典的な特殊函数をさらに一般化した、「現代の特殊函数」と考えることができます。こうした可積分系の研究は、70年代以降、日本が世界をリードしてきた得意分野の一つです。

2. パンルヴェ方程式

私が現在もっとも強い関心を持っているのがパンルヴェ方程式です。パンルヴェ方程式はもともとは今から100年程前にフランスの数学者パンルヴェが「動く特異点を持たない微分方程式」を分類して見つけたものです。こうした純粋数学の思考の中から発見されたものが数理物理で応用例が見つかるまで60年以上を要しています。その間にパンルヴェ自身が政治家になってしまった（1917年、25年の２回、フランスの首相をつとめた）こともあって、20世紀半ばにはパンルヴェ方程式の研究そのものは廃れてしまいました。写真はフランス・レンヌにある「パンルヴェ通り」の表示で"Savant se Homme d'état"と書かれています。

しかしながら、1973年に格子模型の研究に応用されるようになると、相次いで数々の応用が見つかり、今では場の量子論の研究など数理物理学の最先端の研究には欠かせない方程式の一つになってきています。特に、ここ10年ほど爆発的に研究が進んでおり、解析的な手法だけでなく、代数学、幾何学などからもさまざまな道具が研究に使われるようになっています。また、逆に、確率論、整数論、微分幾何など数学の中でも多くの分野に応用されています。数学が世の中に役立つにはとてもとても長い年月が必要になることがあるという一例になっています。

パンルヴェ方程式とは次の６つの方程式のことです:

１. $y'' = 6y^2 + x$

２. $y'' = 2y^3 + xy + a$

３. $y'' = \frac{1}{y}(y')^2 - \frac{y}{x} + \frac{ay^2 + b}{x} + cy^3 + \frac{d}{y}$

４. $y'' = \frac{1}{2y}(y')^2 + \frac{3}{2}y^3 + 4xy^2 + 2(t^2 - a)y + \frac{b}{y}$

５. $y'' = \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{y-1}\right)(y')^2 - \frac{y'}{x} + \frac{(y'-1)^2}{x^2}(ay + \frac{b}{y}) + c\frac{y}{x} + d\frac{y(y+1)}{y-1}$

６. $y'' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-x}\right)(y')^2 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-x}\right)y'$

$$+ \frac{y(y-1)(y-x)}{x^2(x-1)^2}\left[ay + b\frac{x}{y^2} + c\frac{x-1}{(y-1)^2} + d\frac{x(x-1)}{(y-t)^2}\right]$$

一見すると、複雑な方程式のように見えますが、腰を落ち着けて調べていくと、各々が自然な意味を持ち、面白い個性を持っていることに気がつきます。パンルヴェ方程式のほとんどの解は、既知の函数を使って表すことのできない超越的な函数です。e やπが代数方程式を満たさない超越数であるのと同じようにパンルヴェ函数も超越函数であり、その証明はようやく20年ほど前にできました。パンルヴェ函数の中には、既知函数で表すことのできる「**特殊解**」も存在します。この特殊解を調べることで、パンルヴェ方程式自身についても、よく理解できるようになります。

パンルヴェ方程式の現代的研究には、いろいろな道具をたくさん学ばなければいけない難しさもある反面、研究をはじめるのにいろいろな登り口があって、自分の得意なところから研究に入れるという一面もあります。ある入り口から入って別の出口に出て行くこともできる、数学の結節点ともいえる分野になっています。こうした相互作用が、パンルヴェ方程式を研究する楽しさでもあります。20世紀はじめ、当時を代表する数学者であったポアンカレは「**数学の一つ一つは互いに関係を保って、一つの大陸を作っている。しかし、パンルヴェの仕事は独創的で素晴らしいが絶海の孤島である**」と評しました。しかし、今ではポアンカレの仕事じたいもパンルヴェ方程式とかかわることがわかってきていており、絶海の孤島から大陸中央部に向かって邁進中です。

私は、この「特殊解」の定義を考え直すことを最近のテーマとしています。函数が既知であるとはどういう意味なのか、超越的とはどういう意味なのか、ということを問い詰めることが「特殊解」の研究においては大切です。数学の研究は、与えられた問題を解くだけではなく、問題の意味を考えることも大切です。場合によっては、問題の意味を理解して適切な問題を立てることができれば、その証明のほうが簡単な場合すらあります。こうした「特殊解」を数学的に定義するためは**微分ガロア理論**を用いた代数的な手法が必要です。しかし、パンルヴェ方程式の研究では解析的な手法と合わせて考えなければいけません。そこで、現在は、パンルヴェ方程式の漸近解析を中心に研究しています。写真の右の男性は、パンルヴェ方程式の世界的な研究者であるA. Kapaev氏です。

1903年にライト兄弟がはじめて飛行機で空を飛んでから100年以上がたちました。実は、パンルヴェは**世界で初めて飛行機に乗った数学者**であり、ライト兄弟の兄ウィルバーが1908年に渡仏したさいに、ウィルバーの乗客として数十キロにわたり約1時間空を飛びました（これは乗客を乗せた飛行としては、飛行時間・飛行距離とも当時の世界記録です）。その後、パンルヴェは1909年に設立された世界初の航空力学教室

で流体力学の講義を行ったり、1930年に航空省を設立してその初代大臣にもなりました。そうした100年前の努力が、コンコルドに代表される今のフランスの航空産業の基盤になったと思います。数学者の努力は、遠い未来に空に向かって羽ばたくものであり、思いもよらぬ成果につながることがしばしばです。 ちなみに、パンルヴェの初飛行100周年にあたる2008年11月にはフランス・ストラスブールでパンルヴェ方程式の研究会が開かれました。この研究会の開催を準備させていただいたことは楽しい思い出になりました。写真はストラスブールの大聖堂、手前の垂れ幕がかかった建物はゲーテが下宿した家です。2006年にケンブリッジ大学ニュートン研究所でサマースクール「The Painlevé Equations and Monodromy Problems」の組織委員を務めて以来、研究会を主催する機会が増えました。下の写真は、2012年11月に京都で開いた国際会議です。多くの女性研究者もパンルヴェ方程式に関する研究を行っています。2013年11月にもストラスブールで国際会議の組織委員を務めました。

３．大学院にはいる前に

大学時代、必ずしもたくさんの知識があることは必要ではありません。しかし、学部時代に勉強したいくつかのことを「よく理解している」ことが必要です。修士課程で私のところで研究したい方は、学部の間に「**微積分と線型代数**」、「**複素解析**」（最低でも留数定理まで）、「**常微分方程式**」などを必ず勉強しておいて下さい。 以上のことは、情報基礎数学専攻へ進学する人なら私のところ以外に来る場合でも、もっと言えば数理科学をもっと研究していきたいと思う人なら、必ず勉強しておく必要があるでしょう。

他に知っておくと望ましいことは「**特殊函数**」（超幾何函数、ベッセル函数など）、「**複素領域での常微分方程式**」、「**楕円函数**」などです。もっといろいろなことを勉強しておくと、必ずどこかでつながってきます。

４. 指導した大学院生

1999年に博士を取得した奥村昌司さん（現・舞鶴高専講師）は、有限数体上のパンルヴェ方程式について研究しています。博士論文では、パンルヴェ第６方程式の特殊解と対応する４次元の時空の幾何学的性質とを結びつける研究をしました。ちなみに、パンルヴェ本人は当初相対性理論には否定的でしたが、すぐに支持者に回り、政治家として忙しい中も相対論に関係する論文を書いています。

金子和雄さん（現・四日市大学関孝和研究所）は、40年ほど前に阪大工学部修士課程を卒業した後、長年企業で技術者として勤められた後、退職して再び数学を始められました。2007年に71歳で学位を取得したことが多くのメディアに報道されました。

2008年に博士を取得した松田一秀さん（現・新居浜高専講師）は、A_4、A_5型パンルヴェ方程式の有理解を完全に決定し、さらに不確定特異点をもつ場合のモノドロミ保存変形の方程式で楕円函数で表示される解を構成しました。


定年後に数学博士号
大阪大大学院・71歳の金子さん

2007年3月10日共同通信配信記事

最後に私が指導した学生が著した論文の題名を書いておきます：

- The Self-Dual Einstein-Weyl Metric and Classical Solution of Painlevé VI
- The Painlevé transcendents with solvable monodromy
- Special solutions of generalizations of the Painlevé equations
- 超幾何方程式のKummerの24の解のq-類似
- A connection formula between the Ramanujan function and the q-Airy function
- $E_6^{(1)}$型q-Painlevé方程式について
- パンルヴェ方程式の点変換について

最後の写真は、パリにあるパンルヴェ広場です。ソルボンヌの近くの小さな静かな公園です。

応用解析学講座

数理物理学や情報科学に現れる様々な非線形現象を、力学系として微分方程式や差分方程式などでモデル化し、その解析のために新たな解析学的手法や数値実験的手法を開発・応用し、現象に潜む原理を解明すると共に、解析学自体へのフィードバックをも目指す。

教授

中西　賢次

Nakanishi Kenji

1973年三重県伊勢市生まれ。1999年神戸大学理学部助手、以降、名大・京大を経て、2015年大阪大学情報科学研究科に着任。京都では十年近く過ごし、居心地は良いのですが空港が遠いのが不便でした。今後は世界を飛び廻って研究を加速したいと思います。専門は偏微分方程式。

先ずは私が数学を専門に選ぶまでの経緯からお話ししたいと思います。最近の若い人は知らないでしょうが、かつて人類滅亡の預言として一世を風靡した五島勉氏の「ノストラダムスの大予言」が出版されたのが1973年、その中で滅亡の年とされたのが1999年でした。ちょうどその出版直後に三重の田舎で生まれた私の人生最初の20数年は、地球最後の日までのカウントダウンを進行していたわけで、子供心に何とかしたいと使命感に燃えていたような気がします。なお、私の故郷伊勢市は、最近の遷宮で中心部は大分改装されて綺麗になってしまいましたが、私の実家の辺りは平成の大合併前は伊勢市に属しておらず、戦後しばらくは村でした。

とは言え日本の情報社会化は既に田舎の隅々まで到達しており、私も幼稚園の頃には、当時の総理大臣がアーとかウーしか言えない様に心を痛め、これは自分がやるしかないと思ったものです。しかし小学校の生徒会会長に立候補して落選し、民主主義政治に自分は向いてないと思い直しました。そして自分の能力を世の中に直接生かすため、科学者への道を目指します。

もちろん地球を救うためには、科学の一分野だけでは全然足りません。そこで東大理一に入学してから色んな講義を手当たり次第に受講しました。今では私も講義をする立場になって、近年は急速に易しくなっていると感じますが、私が受けた講義では、量子化学でいきなりシュレディンガー方程式の解公式の一覧表が配布されたり、解析力学の講義で何の説明もなく延々とテンソルの計算が続いたりと、わりと無茶なことがまだあったように思います。

元々、個々の自然現象に余り興味が無かったから仕方ないかもしれませんが、色々受講して単位は取れたものの何かを得た、またはこれからどこかへ進んでいくという実感はありませんでした。私の当時の結論としては、どの分野を選んだとしても自然科学という巨体の内の小さな一つのパーツになるのが関の山と感じました。そこでどうせ一つのパーツなら、巨体を統べる可能性を探りたい、それは数学しかないだろう、と考えたわけです。東大では2年生の時に進学振り分けで自分の専門すなわち学部学科を決める

わけですが、私は理学部数学科を選びました。最終的な決断の背景には、偶々その頃読んだ小説「ジュラシックパーク」に登場する数学者イアン・マルカムの影響があったかもしれません。なお小説でのマルカムのキャラクターは映画版とかなり異なり、パークの破滅を予言し続け最後は死んでしまう役回りになっています。

さて、私が数学を選んだいきさつを思いつくままに書いてきましたが、実際ほとんど今の思いつきである事は否定できません。そもそも私が数学を選んだ一つの理由として、数学なら記憶力が無くても何とかなるだろうと思ったくらい、私は記憶が苦手で、昔の事はほとんど覚えていないのです。それどころか最近は執筆中の論文の内容まで忘れてしまい、同じ問題を何度も解いたりするしまつです。ところが数学者と付き合ってみると、驚くほど記憶力が良い（らしい）人が多く、本当にどうでもいいような他人の過去の言動まで細かく覚えているのには困惑させられる事がしばしばです。もちろん私は自分が記憶できないので、他人の記憶を信用できるはずもなく、捏造と改竄に満ちているにちがいないと思っています。

最近では情報全般がクラウドで保持されるようになり、私のように記憶力の無い者へ時代の風が吹いている事を感じます。数学の研究に関する情報がインターネット上へ全面的に移行し始めたのもちょうど私が数学を志した頃だったように思います。今では数学者の業績ならアメリカ数学会の「MathSciNet」で簡単に検索でき、こんないい加減な紹介文よりも遥かに正確、客観的で、効率良く情報を得る事ができます。多少の知識は要りますし、大学など購読している所からでないと見れませんが、可能ならそちらをお勧めします。でもそうでない方のために、もう少し駄文を続ける事にしましょう。

上述の MathSciNet を私は自分の論文をチェックするのにも良く使いますが、着実に機能が進歩していて、日本数学会には絶対にできないなと感心させられます。しかし最近は発達し過ぎて余計な機能も付いてきています。例えば論文著者名をクリックすると、以前はその人の論文リストへ飛んでいたのが、個人のプロフィールへ飛ぶようになりました。論文リストを出すにはもう一クリックしないといけなくなったので、私には例えば Google の動く題字などより遥かに鬱陶しいです。

この研究者のプロフィールに論文リストは含まれていませんが、興味深い事に共著者のリストは掲示されていて、しかも論文数に応じて名前の大きさが変わるという（これまた余計な）サービスぶりです。普段は無視していますが、今回改めて自分の共著者を見てみると、いつのまにか24人になっていました。ちなみに出身国は12で、こちらは自分で数えました。更にまだ出版されていないものを入れると、少なくとも５人と２国が追加されます。これは一般的に言って特に多いとは思えませんが、私は学生時代、数学は一人でするものと信じ切っていましたし、それにも増して「ぼっち」でしたから、この変化には感慨深いものがあります。どのくらいぼっちだったかと言うと、大学時代にまともに話した事のある同級生は少なめに見れば片手、多めに見ても両手で足りるでしょう。当時「便所飯」というアイデアは無かったし、駒場の建物は大半が汚かったのでどの道無理でしたが、生協食堂でも食べる気になれず、比較的きれいな建物の周辺で弁当（自作）を食べておりました。

そんな性格も考慮すると、私は共同研究者に恵まれてきたと思います。多くは向こうからのお誘いでしたし、一つの論文が別の人たちとの研究に繋がったり、アイデアを使ったりして発展していく事も良くあり、彼らとの出会いが無ければ、私のこれまでの研

究は半分も進んでいなかったことでしょう。そこでここからは、共同研究の中でも特に重要なものをいくつか選び、それらを中心にお話ししたいと思います。

海外で最初の共同研究者は、Courant 研究所の Nader Masmoudi 氏でした。彼は非線形偏微分方程式について、2つ以上の方程式が極限で結びつけられているときに、それぞれの解同士の極限関係を調べるという問題の専門家です。彼は元々、流体の方程式を中心に研究していましたが、非線形波動の方程式にも興味を持ちつつあったときに、私が Courant 研究所でその手の成果を発表したのが切っ掛けでした。その研究も町原秀二氏と小澤徹氏との共同で、非線形 Klein-Gordon 方程式と呼ばれる偏微分方程式に対して、非相対論極限すなわち光速定数を無限大と見なす極限を考察したものです。

Masmoudi 氏との付き合いで特に印象に残っているのは、彼がまだ独身の頃、アパートへ夕食に招いてくれた事です。メインは謎の黒いスープでしたが、非常に深い味わいで美味しく、一体何かと尋ねると、シンプルに「モロヘイヤ」との答えでした。それまでモロヘイヤと言えばお浸しや天ぷらのイメージしかなかったので違いに驚きましたが、よくよく味わってみると確かに特徴的な香りがします。しかもその料理は遥々チュニジアから来たお母さんが作り置いていったものだと聞き、貴重なものを分けてくれたことに感激したのを覚えています。それ以来、チュニジアのモロヘイヤは私が海外で最も好きな料理の一つになりました。

彼との研究は、非線形 Klein-Gordon 方程式から始まって、Maxwell-Klein-Gordon 方程式系、Maxwell-Dirac 方程式系、Zakharov 方程式系などへ発展していき、またチュニジア人の繋がりで、Slim Ibrahim 氏、Mohamed Majdoub 氏、Lasaad Aloui 氏との共同研究へ広がって行きました。Majdoub 氏には政変前のチュニジアで研究集会に招待してもらい、大理石の建物やプライベートビーチのあるホテルは私にとってこれまでで一番豪華な所だったと思います。しかし食事の方は一向にチュニジアらしいものが出てこないので文句を言うと、一晩だけチュニジアスペシャルにしてくれました。でもモロヘイヤはやっぱり Masmoudi 氏のお母さんの方が上手かったような気がします。

研究の方では、Zakharov 方程式系に対する亜音速極限、すなわち音速を無限大と見なす極限問題は、珍しく私の方から提案した課題だったので印象に残っています。Zakharov 方程式系は、プラズマ中の2種類の波動（静電気力による振動と、流体の圧縮膨張による振動）の相互作用による時間変化を記述するもので、後者に関わる音速の他に、前者の振動数も方程式のパラメータに入ります。これらを両方極限移行したものが非線形 Schrödinger 方程式になることは、Zakharov 氏自身によって（数学的に厳密ではないが）示されました。Masmoudi 氏との研究では、この2重極限を物理的な設定を度外視して一般的に考えると、非線形共鳴が特定の周波数で増幅されて、極限の方程式に特異性が現れる事が分かりました。興味深いのは、極限前の方程式は保存系で未来と過去が対称なのに、極限後の方程式では共鳴周波数からエネルギー散逸が起るため時間の対称性が破れるという事です。この結果に物理的な意味があるかどうかは分かりませんが、その論文は雑誌 Annales de l'Institut Henri Poincaré, Analyse Non Linéaire の「Best paper award 2010」に選ばれています。

上記の研究に入る以前、Masmoudi 氏との初期の共同研究は、私が日本学術振興会の海外特別研究員として Princeton 大学に滞在中に大きく進展しました。同じ頃に始

まったのが、British Columbia 大学の Stephen Gustafson 氏と Tai-Peng Tsai 氏との共同研究です。Tsai 氏とはそれ以前に台湾の清華大学でも会った事がありましたが、プリンストンで再会したときに、Banff international research station での合宿による共同研究を企画したのが始まりでした。Tsai 氏はそれ以前から非線形 Schrödinger 方程式に対するソリトンの漸近完全性に関する研究をしていましたが、安定性の鍵となる放射性波動の時間的な減衰を、時空積分やエネルギーを使って制御する事に興味があったようです。私自身は彼らとの研究で初めてソリトンの安定性に関する勉強をしました。合宿での共同研究も、３人での議論も初めての経験でしたが、ロッキー山麓のスキーリゾートとしても人気のバンフは景色も空気も素晴らしく、議論の合間に森の中や渓谷を散歩できるという最高の環境でした。議論の方は大体、Tsai 氏が楽観的、私が懐疑的で、Gustafson 氏がまとめ役と言った感じで大変濃密なものになりました。合宿の成果は、エネルギー空間でのソリトンの漸近安定性についての論文となり、その後彼らとの共同研究は、ソリトンを中心として、平面波や調和写像の安定性の問題へと発展していきます。

強磁性体のモデル方程式である、平面から球面への Schrödinger 方程式や熱方程式に対する調和写像の安定性は、私が京大の海外派遣助成で British Columbia 大学に一年滞在したときに主な課題となったものです。調和写像の安定性は写像の回転数によって変わるのですが、最初は３人とも、回転数が２で状況が変わるとは予測していなかったため、何度も議論の修正が必要となり、一時はほとんど日替わりで結論が変わっていた頃もありました。最終的には、回転数が３以上なら調和写像を摂動しても時間が十分経てば別の調和写像に落ち着くが、回転数２で熱方程式の場合、時間がいくら経過しても調和写像が膨張と縮小を繰り返す事があるという事が分かりました。後に、似たような現象は Poláčik-Yanagida により反応拡散方程式で示されていた事を知りましたが、我々の結果はエネルギー空間における全ての小さな摂動に対して時刻大での漸近挙動が具体的に与えられるというのが特長です。

British Columbia 大学はバンクーバーの市街地から離れて森を通り過ぎた先にあり、海岸もすぐ近くです。一年の滞在時はアパートもキャンパス傍に借りて、買い物などは不便ながら素晴らしい環境を堪能しました。大学から直ぐの海岸はヌーディストビーチなので少し勇気が要りますが、露天風呂のでかいようなものと思えばどうという事はありません。Tsai 氏が名大の私を訪問したとき、台湾のガイドブックに下呂温泉の事が載っていたので二人で行って、川辺で橋から丸見えの露天温泉に入ったのは良い思い出ですが、それと比べれば一般通行人から見られる事は無いのが良いです。残念ながら海水はあまり綺麗でなく、私の印象では琵琶湖と似たようなものでしたが、それでも何度か泳ぎました。

Princeton 大学に滞在中は色んな人と会いましたが、その当時はほとんど話はしなくても、後になってから共同研究をするようになった人が何人もいます。Chicago 大学の Wilhelm Schlag 氏もその内の一人で、プリンストンでは Rodnianski 氏の家に二人で夕食に招かれた時のことくらいしか記憶にありません。Schlag 氏との共同研究はかなり後になって、彼が京大を訪問した時に始まりました。彼は以前から非線形波動方程式の解の時間大域挙動について、その大きな境目となり得る解の集合を無限次元の多様体として構成し、またそれが実際に境になっているかどうかに興味を持っていました。

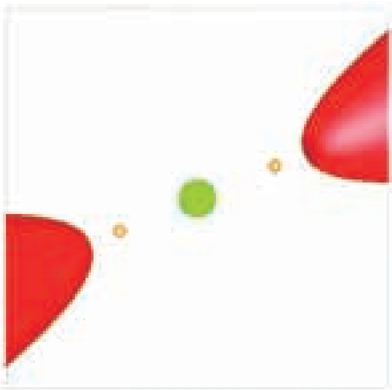
私はその前に、Masmoudi 氏と Ibrahim 氏との共同研究で、非線形 Klein-Gordon 方程式の解を、基底状態と呼ばれる時間不変な解より下のエネルギーの範囲で調べていました。Schlag 氏が調べていた多様体は基底状態の近傍にあるので、自然な疑問として、エネルギー範囲を少し上まで引き上げたらどうなるか、と言うのが彼の問題提起でした。私は聞かれるまでは、基底状態を一旦超えると何もできないような気がしていたのですが、それまでの研究で蓄積したアイデアを総動員して挑戦してみると、意外なほど簡単に解決策が見つかりました。この成果は、非線形 Schrödinger 方程式や非線形波動方程式にも拡張して、数本の論文に纏めました。また、それらの論文と彼の講義を基にしたレクチャーノートがヨーロッパ数学会から出版されました。

数学以外でも、Schlag 氏に教えて貰った事は色々あります。彼は京都滞在中、一人であちこち見て回っていたようですが、ある日私も付き合うと、面白い所へ連れて行ってくれるというので行ってみれば、一保堂というお茶屋さんでした。そこは隣のカフェで抹茶をたてたり飲んだりできるのですが、私はそれまで薄茶しか知らなかったので、初めての濃茶に衝撃を受け、また外国人に教えてもらったことを恥ずかしく思ったものです。彼は日本茶がずいぶん気に入ったようで、シカゴに帰ってからも取り寄せていると聞きました。また後に Monte Verità での研究集会に参加したとき、彼は主催者の一人でしたが、茶室がある事を教えてくれて二人で行きました。このときは濃茶ではなかったと思います。

右ページの九つの図は、非線形波動の偏微分方程式の解に対する数学的研究の進歩を表現したものです。枠内の1点がそれぞれ一つの解を表し、あたかも3次元空間を射影したように描いていますが、本当は無限次元空間なので、無茶苦茶強引な構成になっています。上記のレクチャーノート内の図は全て Schlag 氏が作ったものですが、かなり違って見えるのも当然と言えます。もちろんこの図は研究の歴史の極めて限られた一面を切り取ったもので、他に膨大な量と方向性の研究がある事は言うまでもありませんが、左上から右下へと時代が進むにつれて、白い未解明領域が次第に開拓されている様子が伝われば幸いです。絵的には帝国主義の領土拡張と同じように見えますが、研究進展の各ステップにも無限次元の違いがあります。例えば最後の右下の図では、青い領域(散乱解)と赤い領域(爆発解)がオレンジの曲線にそって接していますが、このオレンジ色の領域も本当は無限次元の広がりを持っています。全体の無限次元空間と比べると2次元低いため、3次元で表すと3－2＝1次元になってしまったというわけです。

それに対して一つ前の図までは、青と赤の接点は1点（基底状態）だけですが、これは無限次元空間でも1点です。正確には、方程式の対称性と基底状態の対称性の差の分だけ有限次元の広がりを持つのですが、図ではこの有限次元部分は除かれています。

ここ数年は他の研究と並行して、最後の図の拡張を様々に試みてきましたが、そろそろ本質的な進展があるのではないかという予感がしています。大阪大学での新たな出会いがそれに結び付けば、こんなに嬉しい事はありません。非線形偏微分方程式の数学は、問題は沢山あっても歴史や道具の蓄積は多くありません。伝統的な抽象数学が、楼閣に楼閣を重ねて天を衝くようなものだとすると、我々の仕事は、荒野をひた走り地の果てを切り拓くようなものという感じがします。その先に人類の希望があるかどうかは200年くらい経たないと分からないかもしれませんが、それでも興味が持てると言う人は、私と一緒に次のフロンティアを目指しませんか？



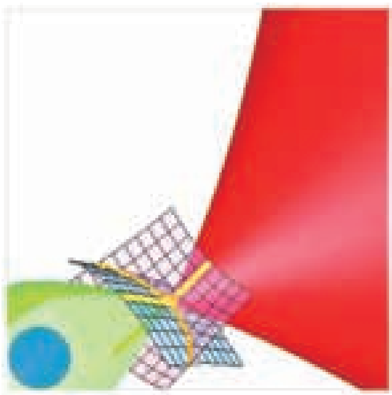
1960－70年代：小さな時間大域解、基底状態、爆発解（互いに離れている）
①

1975：Payne-Sattinger
大域解と爆発解の領域が拡張され、基底状態で接する
②

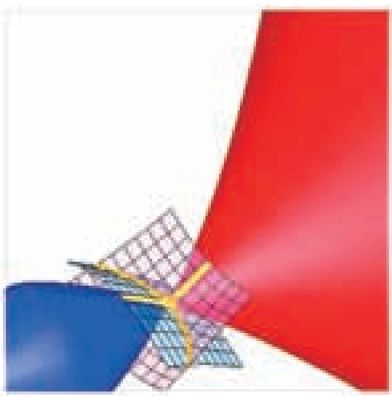
1981：Strauss
小さな解の大域的分散性（散乱）が示される
③

見易さのため、基底状態の近傍を拡大表示します。
④

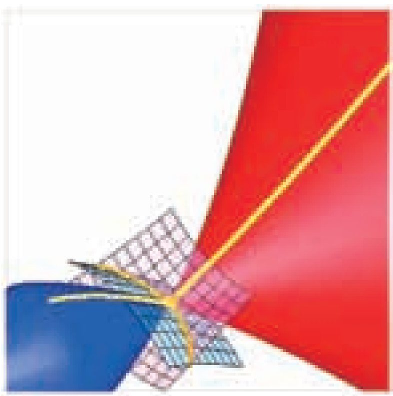
左図の枠内を拡大しました。
⑤



1989：Bates-Jones
基底状態の近傍に留まる解の集合を構成
⑥



2006：Kenig-Merle
基底状態エネルギー下の全ての大域解が散乱
⑦



2008：Duyckaerts-Merle
基底状態エネルギーちょうどまでの解を分類
⑧

2011：Nakanishi-Schlag
基底状態エネルギーを少し超えた所まで解を分類
⑨

准教授

茶碗谷　毅

Chawanya Tsuyoshi

1966年北海道札幌市生まれ、理学部物理系の非線形動力学の研究室の出身です。現在は様々な系の時間変化を抽象化して捉えそれらの中にある普遍的な構造についてよりよく理解する、ということをめざして力学系の研究をしています。特に大自由度の力学系で複雑な時間変化が生じる機構について興味を持っていて、主に計算機による数値実験等を使って研究を進めています。

どんな分野の研究をしているのか

これまでの経験を分析して未来を予測することは、あるいは望ましい挙動を示すように系を構築することは様々な分野の研究において重要な位置を占める課題です。このために広く用いられる手段の一つとして、状態の時間変化が与えられた規則に従うとする数理的なモデルを用いた研究があります。モデルは現実の世界を何らかの形で単純化したものですが、モデルの選び方によっては必ずしも目的とするシステムの振る舞いを再現できるとは限りません。よりよいモデルを手に入れるためには時間発展の規則とそこから導かれる系の挙動との間の関係を理解することは重要になると考えられます。時間発展の規則とそこから生じる挙動の関係は必ずしも単純ではなく、環境を一定に保った系においても周期的な振動や不規則な揺らぎが自発的に現れたりします。系の状態が複雑に変化している場合、それは外部環境が複雑に変化したためである可能性はもちろん考えられますが、系が従う時間変化の規則により自発的に作り出されているという可能性も考えられます。そのため、時間変化を伴う現象について理解する上では、様々なモデル系がどのような時間変化を伴う挙動を示し得るのかを知っておくことが必要になります。計算機の発達とともに多数の変数を持つ複雑なモデル系が様々な分野で用いられるようになる中、大自由度の力学系についてさらに深く研究していく必要があると考えています。

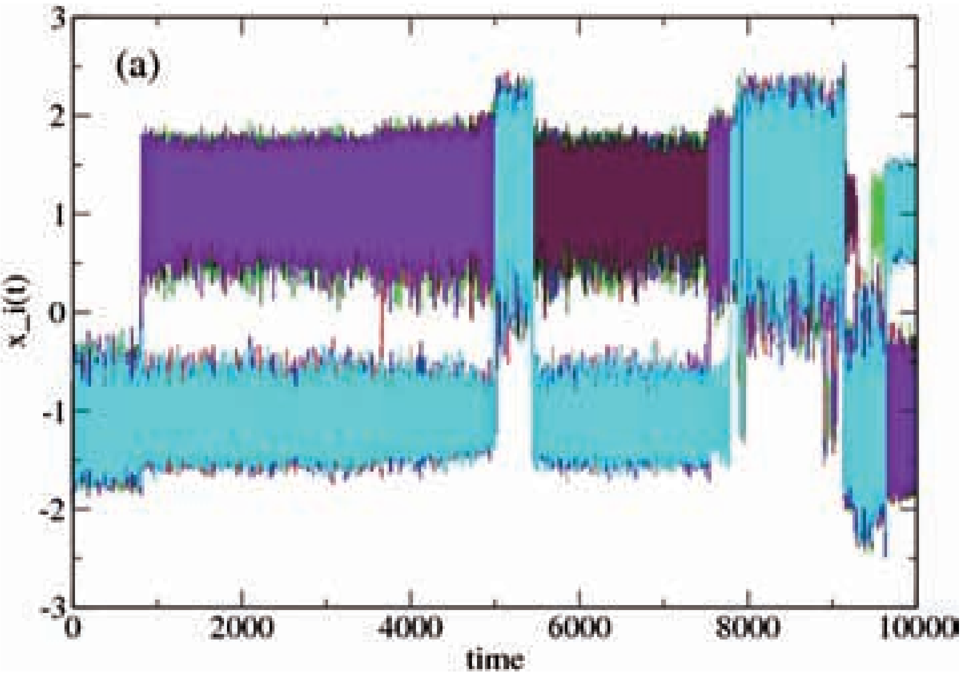
興味の方向性とテーマ

私自身についていうと、いろいろなシステムの時間変化に伴って現れるさまざまな現象のメカニズムを解明することが研究の直接的なきっかけとなることも多いのですが、直接研究の対象としている力学系はそれ自体は抽象的な「数の世界」に属するものですし、目指している目標としてはある種の力学系が普遍的にもつ構造を明らかにするという基礎的な部分を指向したものがあります。研究を進める上では、具体的に作業系を設

定してその挙動を計算機を用いて調べ、その観察結果を元に仮説の構築・検証を行うといった、実験系の研究に近いアプローチが大きな部分を占めています。比較的単純で現実の系とも対応するような規則を持つ系において観測される現象の裏に、いたる所不連続な構造や無限の繰り返し構造等、現実離れしたようにも思われるほど複雑な数学的構造が隠れているのを見ることができたりするのが面白いところだったりします。

テーマとして、これまでに扱ってきた主なものをあげると次のようなものになるかと思います。ただ、入り口として考える系や現象がなんであっても、面白い現象を生み出すメカニズムの根本的な部分を探っていくと、系の詳細にはよらない一般的な構造が見えてくることはあります。というわけで、扱う系についても特に下のようなものに限って考えているわけではありません。

－大自由度の写像系の振舞いとその機構－



１次元あるいは２次元の実区間上で定義された単純な写像系は、カオスの研究においてとても大きな役割を果たしてきました。こういった少数次元の力学系で見られるものとは本質的に異なる構造について知ろうとするときに有望な作業モデル系の一つとして「結合写像系」といわれるような大自由度の写像系があります。

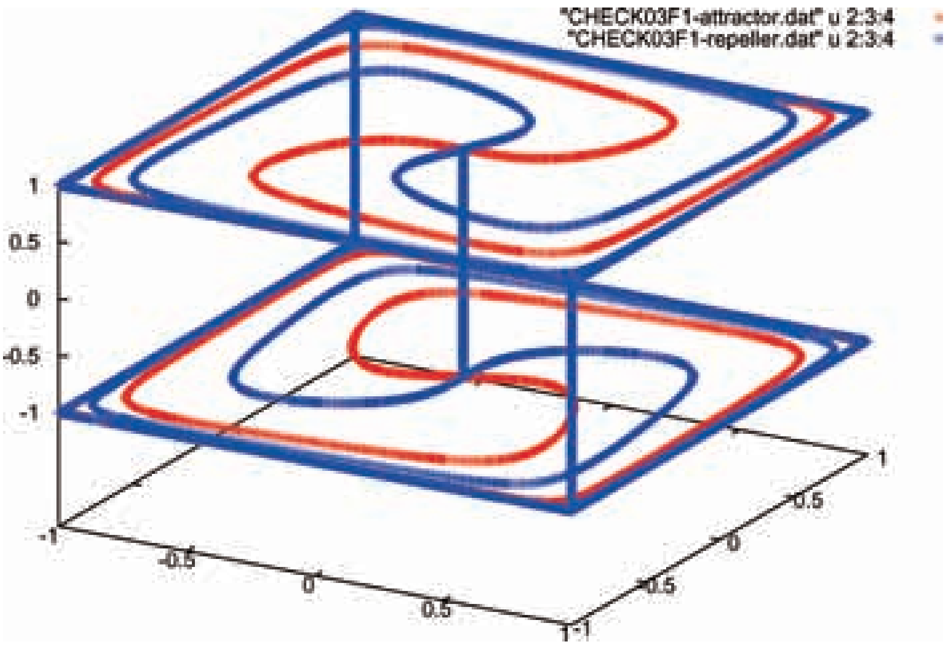
この系が示すいろいろな振舞いについては、特に数値実験を用いていろいろな角度から調べられて、いろいろな面白い現象が見つかっていますが、その機構の部分は謎のままになっているものがいろいろとあります。その中でも特におもしろい現象としては、

多数の要素がからなる系が、個々の要素とは全く異なる集団としての挙動を示すという現象があります。一見個々の要素の振る舞いとは大きく異なる集団としての挙動がどのようにして作り出されているのかという機構について研究を行っています。

－ある種の拘束条件を持つ力学系でみられる特異な構造－

様々なシステムやそこで見られる現象に対応するモデル系として力学系を考える場合、元の系がもつ対称性や保存則といった性質を反映した力学系を考えるのが自然であろうと思われます。このような力学系はある意味「特殊」な力学系ではあるのですが魅力的な研究の対象です。

例えば、いろいろな生物の個体数の増減を生物間の相互作用を取り入れて記述する生態系の個体数変動のモデルは、それ自体非線形の力学系の研究のなかでも重要な役割を果たしてきています。多くの種が含まれるような系において見られる現象には、多様な種が共存する生態系の成り立ちを考える上でも、また大自由度の非線形力学系の持ちうる構造を考える点でも、それぞれ興味深い点があり、研究の対象として考えています。



実際には主にどんなことをやっているのか

　計算機を使って行う数値実験のなかで現れる謎の現象が、どのような機構で起きるのかを調べる。ということをやっています。

　私が主に扱っている対象は決定論的な力学系です。これは微分方程式系、あるいは時刻を離散的なものとして扱い

$$X_{n+1} = F(X_n), \quad X_{n+2} = F(X_{n+1}), \ldots$$

のように状態の時間変化をあらわす写像を繰り返し作用させて、その結果えられる点列を時系列をあらわすもの（軌道）としてみなすというようなものです。

　基本的に扱う系は初期条件を与えるとその後の軌道は一意に決まってしまうようなものですから、数値実験といっても計算機は与えられたルール（プログラム）にしたがって計算を行い結果を出してきます。そういう意味では「実験」するまでもなく結果は決まっていて、「謎の現象」の入り込む余地などないように思うかもしれません。しかし実際には時間発展のルールをみればそこからすべてがわかるような系はむしろほんの一握りの例外的なもので、大概のシステムの振る舞いには謎が残っています。ちょっと状態空間の次元が大きくなるともうわけがわからないことだらけで、どこから手を付けてよいのかもわからないくらいのことも多いのです。こういったわけがわからない系に対しては、数値計算の結果はやってみないことにはわからないまさに「実験」です。

　一見わけがわからない振る舞いをする系に対して「こうやって見てみるともしかしたら何かわかるかもしれない」という切り口を考えてみたりしながら、いろいろな実験をしてみてその結果を観察することで手がかりとなると思われる規則性や特徴を探し、さらにその規則性の正体を見極めるために工夫して実験を行ったり、何が起きているかを考えて仮説をたてそれをいろいろな方法で確かめる。というようにして研究を進めていって、何らかの形で今まで誰も知らなかった知識を手に入れることを目指す、というようなことをやっています。

大学院生の研究について

　上にも少し書いたように、非線形のダイナミクスの研究にはいろいろな側面があります。普遍性を持った基礎的な構造や概念を定式化していく、計算機実験を用いてモデル上でのいろいろな現象を観察していく、あるいは生物等も含むいろいろな実際世界で見られる現象を題材としてその奥にある動力学的構造を調べるなど、人により目指す方向もいろいろだと思います。どういう方向を目指すにしても、力学系についての基本的な関する理解と計算機実験をするための基本的なプログラミング等は勉強していく必要があります。ということで、多分最初にカオスに関する部分に重点をおいた力学系のテキストを読んだ後、具体的なテーマについて考えていくということになると思います。

研究するテーマについては、ある程度具体的な現象に関係するものについて、いろいろな計算機実験をしていくというものを希望する学生さんが多いです。その場合題材は必ずしも上で挙げたようなものとは限らず、自分で興味を持った現象について研究してもらえればと思います。自分で興味を持った面白そうな何か、をとっかかりとしていろいろ調べていくと、多分同じような疑問を抱いて調べた他の人の論文を読むことになります。それらを理解するために勉強するなかで必要な知識を身につけ、また疑問点を整理してさらに調べていくというようにして進んでいくことになるでしょう。ある意味とても混沌としたところのある研究分野ですし、研究をスタートする時点では十分な基礎知識があるわけではないので、最初の予定通りに進まずに予想していなかった方向に進んでいくことはよくあります。そういう意味では現象論的な方向で研究をしていくつもりであっても、場合によってはかなり基礎的な部分について研究することが必要になったり、その逆になることもあると思います。

いろいろな試行錯誤が避けられない「手探り」での研究という要素が強く、ある程度「なんでも屋」として研究していくことでこの分野の面白さを味わうことができるのではないかと思います。そういったわけで、謎解きのための試行錯誤を楽しむことができて、数学と計算機が好きな学生さんが来てくれることを希望しています。

その他（こういう研究をするようになった経緯など）

私自身が最初に扱ったテーマは神経細胞の集団的な挙動に関する研究でした。対象とした現象は、大脳のある領野において多数の神経細胞が同期して活動するという現象が観測され、さらにその同期の範囲が与えた刺激の特徴をよく反映したものになるというものです。これだけ書いてもなんのことやら？という事になってしまいますが、脳内での情報処理に神経細胞の活動の大きさ（発火の数）だけではなく、活動のタイミングが重要な役割を果たしている可能性を示すものとして、大きな関心を呼んだ現象です。この現象に対して、なるべく単純でありながらその振舞いを定性的に再現するような数理的なモデルを構築していくという現象論的な立場からの研究で一応の結果を得ることができました。

この研究では、脳で行われている複雑な情報処理の仕組みを（実際の神経細胞よりは遥かにその振舞いがわかりやすいような）微分方程式などのモデルを用いて調べることにより明らかにしていくということを目指しているわけですが、最初の実験で扱っていた比較的単純な処理の部分から研究を先に進めてより複雑な高次の処理について考えていこうとすると大きな問題に突き当たりました。神経細胞の活動のような比較的具体的な観測の対象となる現象と、そこでの情報処理というある意味漠然とした高次の機能というものの間には大きなギャップがあります。微分方程式系などを使って表されるようなモデルを使うことによりこのギャップを埋めていくというのが大きな目標のわけなのですが、高次の機能に相当するような複雑さを持った現象が、微分方程式といった力学

系の枠組みのなかでどのように表現されうるのか、という点についてはあまりにもわからないことだらけでした。たくさんの神経細胞がもうちょっと複雑な処理をするような場合に対応するような数値実験をすることが仮にできたとして、その大量のデータをどのようにして見ればモデル系のなかで起きていることを理解できるのか、という部分がさっぱりわからないわけです。これではモデルを使って計算機実験して、それっぽい現象の再現ができたとしてもいまひとつうれしくありません。ともかくももう少し大自由度の力学系というものにたいする理解を持たないことには先へ進むのは難しいということで、大自由度の力学系についていろいろと調べているうちにこれはこれで面白い問題が出てきて色々と調べてきたということになるかと思います。大自由度力学系とは言っても具体的に取り組んできた対象の選択は実際のところかなり行き当たりばったりだったりするのですが、後から見ると色々なテーマの奥にはつながりが見えてきたりしてこれはこれで面白いと感じています。

大規模数理学講座

複素解析的微分方程式論、位相幾何学、代数幾何学、表現論などの数学のみならず、統計力学や場の量子論に端を発する数理物理学における応用的な大規模数理に関する分野の教育・研究を推進する。

教授

三町　勝久

Mimachi Katsuhisa

1961年東京都に生まれる。1988年名古屋大学大学院理学研究科博士課程前期課程修了、同年名古屋大学理学部数学科助手、1992年九州大学理学部数学科助教授、2000年東京工業大学大学院理工学研究科数学専攻教授。そして、2014年大阪大学大学院情報科学研究科情報基礎数学専攻教授。専門は複素積分と表現論、共形場理論などの数理物理。

理工学諸分野で現れる幾つかの素性の良い函数は、他の凡庸な函数と比較して特殊な地位を占めるという意味で、特殊函数といわれます。その最も基本的な例としてガウスの超幾何函数は有名です。

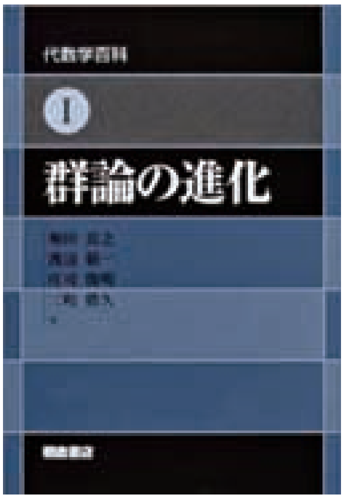
わたしの研究は、特殊函数の現代的な視点からの研究、特に複素積分と表現論からのアプローチです。この研究は、量子群、ヘッケ代数、無限次元リー代数など新しい代数系の表現論や、複素解析的微分方程式論、位相幾何学、代数幾何学、複素積分の理論、そして、共形場理論、可解格子模型、ランダム行列理論などの数理物理学の諸分野に至るまで、幅広い知見を縦横に駆使して行う、全く現代的なものです。

特殊函数というと、犬井鉄郎先生の「特殊函数」（岩波全書、1962年）という名著があります。この本をみると、ガンマ函数、ベータ函数、ガウスの超幾何函数、ヤコビ多項式やルジャンドル函数やエルミート多項式といった直交多項式、そして、ベッセル函数などという、人の名を冠したさまざまな函数が登場し、それらを、複素函数論を土台にした積分表示式、複素解析的微分方程式、母函数、昇降演算子を使って調べていることが分かります。この本は、いわば、特殊函数の古典的な扱い方をきちんとまとめたものであって、特殊函数を利用する物理、化学、工学諸分野の関係者への便宜を図っているものです。

たとえば、量子力学の教科書を開いてみましょう。すると、調和振動子の波動函数を表示するためにエルミート多項式が用いられてますし、水素原子の中の電子の波動函数にはラゲール多項式が用いられています。このように、何らかの物理量を具体的に表そうという場合には犬井先生の本に登場するさまざまな特殊函数が必要になります。そして、特殊函数を必要とする場面は、何も物理、化学、工学諸分野への応用を考えるまでもなく、数学のあらゆる分野においても現れます。解析学、幾何学、そして、代数学でも。

ところで、犬井先生の本で説明されている函数は、基本的には、一変数の函数です。

「微分積分講義」（日本評論社）：東工大の工学部の先生方とやりとりしながら、今までに無いタイプの教科書を作りました。



「群論の進化」（堀田良之、渡辺敬一、庄司俊明、三町勝久著、朝倉書店、2004年）：第４章「ダイソンからマクドナルドまで－マクドナルド多項式入門－」を担当しました。

ですから、多変数の特殊函数というものは、どうなっているのかということが自然な疑問です。実際、一変数の特殊函数の性質の多くが明らかにされた19世紀の後半には、多変数の特殊函数の研究が始まっています。その代表的なものとして知られているのは、19世紀から20世紀初頭にかけてのアッペルの２変数超幾何函数の研究とそれを自然に拡張したローリッツェラの多変数超幾何函数の研究でしょう。

しかし、アッペルやローリッツェラの研究に続く研究は、どうもうまくいくものがなく、その後、尻すぼみになってしまいました。多変数の特殊函数を扱う指導原理が欠落していたことと、一変数の特殊函数のときのように多変数の特殊函数が自然に登場する場面が特定できておらず、無理やり、数学的道具や数学的枠組みだけから、研究を進めようという態度が、うまくなかったのだと思います。簡単にいえば、多変数の特殊函数を議論できるほど、数学が発展してなかったということでしょう。

18世紀から19世紀にかけて、オイラー、ヤコビ、ガウスが創始し、20世紀のラマヌジャンが発展させた数学に「q 解析」があります。そこでは、五角数定理のような無限和＝無限積の形の q 級数にまつわる恒等式など、数学の宝が山のようにあります。そして、q 解析の一部分を成している話題として q 類似という概念があります。q 類似とは、ある数学的対象のパラメタ q を含む拡張であって、q を１に特殊化すると、元の数学的対象に戻るというものです。たとえば、犬井先生の本に登場する特殊函数の多くには q 類似があります。

しかし、q を１にすれば元に戻るという条件での拡張なら、いくらだって作れます。ところが、それなりの意味で、うまい性質をもつものは一通りしかなさそうだということが分かってきていて、ならば、それは何故かという問題意識が、20世紀後半に醸成されました。そのようなときに突如現れたのが量子群という概念で、1980代中頃、神保道夫先生とDrinfeld先生が可積分系模型を代数的に理解したいという問題意識から、そして、Woronowicz先生が非可換幾何学のモデルを一つでも作りたいという問題意識から、発見されたものです。ここで、量子群とひとことでいいましたが、神保・Drinfeldが発見したものは、いわば、リー代数の（正確にはその包絡代数というものですが、ここでは、そんなことは気にしないことにしましょう）q 類似であり、

Woronowiczの発見したものはリー群の q 類似であって、お互いに背中合わせの関係（双対性といいます）にあるものでした。

犬井先生の本に登場するさまざまな直交多項式は、実は、20世紀初頭からの研究により、リー群の球函数というものとして捉えられるということが分かっていましたので、ここで、量子群の球函数として直交多項式の q 類似が捉えられるか否やという基本的な問題が浮かび上がりました。球函数とは、リー群の対称性をもった空間の上の函数であり、カシミール作用素というリー群の対称性が遺伝した２階の微分作用素から構成される微分方程式の解となっているものです。この問いかけに対する最初の答えは、わたしを含む5 人のグループ（増田・三町・中神・野海・上野）とL.L.VaksmanとY.S.Soibelmanの二人組により与えられました。1988年のことです。SL(2) に対する量子群の球函数としてリトル q ヤコビ多項式という直交多項式の q 類似が実現されるという発見でした。これにより、奇しくも量子群のパラメータ q（これはプランク定数 $\hbar$ に対応）と、q 直交多項式の q とが同一視出来ることが示せ、19世紀以来の懸案であった q の幾何的な意味が明らかになったのです。

このときは表現の行列要素というものを計算しましたが、1 次式と2 次式の場合の計算ができただけで、これでほぼ間違いないと思えたほどでした。というのも、途中の計算は偉く複雑で、全くの視界不良状態でありながらも計算を進めると、最後の段階で殆ど神がかり的なキャンセレーションと因数分解が成立し、その予定調和的な係数の表示の美しさに、しばし茫然とする程だったからです。1988年の３月に入ってすぐの頃だったと思いますが、この感激は、いまでも思い出します。

その後は、おもに、野海正俊さん（現神戸大学教授）との共同研究で、さまざまな量子等質空間を調べ、それまでに知られていたさまざまな q 直交多項式を量子等質空間上の球函数として次々に実現していきました。そして、q 直交多項式の親玉ともいうべきアスキー・ウィルソン多項式を実現できた1991年ころ、一変数の直交多項式と量子等質空間との関係を明らかにするための研究は、ほぼ完成の域に達しました。これらの結果は、V. Chari とA. Pressley の教科書 “A guide to Quantum Groups,”（Cambridge University Press, 1994）の第13章「量子等質空間」で詳しく解説されています。

成田空港でGelfand 先生、上野喜三雄さんらと（『数学セミナー』1989年8月号より(撮影：高橋礼司先生))。

さて、我々が量子群の表現論の研究を行っていた頃、多変数の特殊函数に関して、いくつかの事件が起こっていました。

G.HeckmanとE.Opdamが、対称空間上の球函数を一般化することにより、ルート系に対する超幾何函数および直交多項式という概念を提示した（1988）こと。統計学の分野で研究されたジャック多項式という多変数直交多項式（1970）の組合せ論的な研究をR.Stanleyが行った（1989）こと。I.G.Macdonald

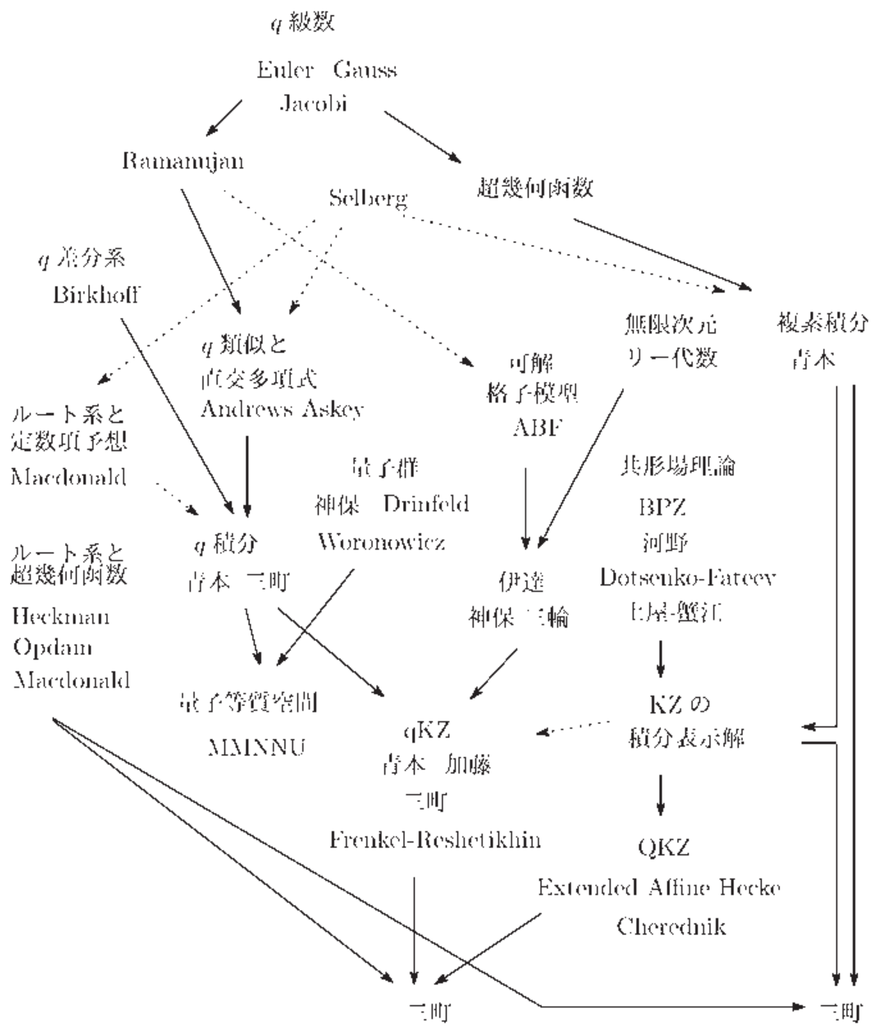
右から、野海さん、Opdamさん、そして、わたし。

が、ジャック多項式の q 類似を含むような、ルート系に対応する直交多項式（これはのちほどマクドナルド多項式と呼ばれることになります）を導入し、さまざまな性質を調べることを開始した（1989頃）こと。I.M.Gelfandが超幾何函数の組織的理解を目指す研究を開始した（1986）こと。そして、1984年にBelavin-Polyakov-Zamolodchikovにより開始された共形場理論（ビラソロ代数の対称性を持つ2次元の場の理論の一種で、n 点相関函数が明示的に求めることができるという驚くべき性質をもつ）が発展し、n 点相関函数またはその片割れである共形ブロックと呼ばれる多変数多価解析函数とそれらがみたす解析的な偏微分方程式系であるKnizhnik-Zamolodchikov方程式（KZ 方程式）の研究が重要であることが分かってきたことなどです。Gelfandが1990年の春に初来日したおり、超幾何函数の研究の重要性を強調していたことも、大きな刺激になりました。

わたしは、名古屋大学の大学院に入学し、青本和彦先生に師事しました。青本先生は半単純リー群の球函数の研究を出発点として、超幾何函数や球函数を含む多価解析函数の研究のために局所系係数のホモロジー論やド・ラム理論を含む複素積分の理論（2年生の時に習う函数論の複素積分そのものを指すように聞こえるのが難点です。函数論の複素積分を徹底的に現代化して扱うという意味では、必ずしも誤った受け取り方ではないのですが、何か別の良い呼び名が欲しいところです）を創始されました。その先生の指導の下、入学直後はランダム行列の相関函数の研究を行いましたが、当初の予想が次々に崩れていくにしたがい、次第にやる気を失っていき、いつのまにか、ただ論文を読むことで一日が終わるという状態になっていました。そんな日々がある程度過ぎた秋ごろ、青本先生から、“q”の場合を本気でやってみたらどうかと勧められました。そのときは、神保先生の q の話も全く訳の分からないものという認識でしたが、青本先生が勧めてくれたのは、q で特殊函数をやるということだったので、これなら、日本では誰もやってないし、海外の研究者と全く異なる視点で実行すれば自分で切り拓ける場面があるかもしれないと思い、まずは、しばらくやってみようという気になりました。そして、実は、青本先生自身も、そのころから、独自の“q”へのアプローチを開始したところでしたので、毎週（だったか、2、3日おきだったか）、自分の計算結果を披露しあうというセミナーを二人で開始したのでした。ここで良かったのは、数学の出来上がるさまを直接眼で見ることができたということです。どんな立派な結果でも、まずは、素朴な小さな計算から始まります。そして、その計算は、未知のものであればあるほどたどたどしい。出来上がった数学しか学んでないと、そういう事すべてが消え去ったあとですから、いざ自分で数学を開始するときの戸惑いは大きいものになります。この点、先生が数学を作りあげていく過程を同時進行で報告してくれたことは有り難かったです。そして、これなら自分でも追いつけ追い越せるぞと思い、再び、数学への情熱は高まりました。

　ということで、けっきょく、q 差分系の理論と q 解析の融合を複素積分の立場から目指すという目標をたて、ポッホハンマー積分という多変数函数の q 類似のみたす q 差分系の接続問題を解いたものを修士論文として提出しました。そして、修士論文提出以降の量子群の球函数の研究がひと段落してから、ふたたび、積分表示された函数の研究に戻ってきたのです。

　それからは、セルバーグ型積分により表示される多変数函数をこれでもかこれでもかというくらい良く調べています。最初は、この函数がみたすガウス・マニン系と呼ばれる解析的な微分方程式系の既約性・可約性を調べ、ある可約な状況において、BC型ルート系に対するHeckman-Opdamの超幾何函数が現れることを示しました（学位論文）。そして、これに続くのが、他のルート系に対する超幾何函数、KZ方程式・QKZ方程式とその解の研究、ジャック多項式やマクドナルド多項式などの多変数直交多項式の積分表示の発見、それを用いたさまざまな応用の研究。たとえば、ビラソロ代数の特



異ベクトルをジャック多項式で表すなどといったこともありました（「ヤング図形と直交多項式－ヴィラソロ代数とジャック多項式」、数理科学、2007年１月号、サイエンス社）。おかげさまで、1996年には「量子群と超幾何函数」により、第一回目の日本数学会賞建部賢弘賞を受賞しました。


青本和彦先生（『数学セミナー』1997年1 月号より）。

2000年以降は、その研究対象をおもにそのホモロジーの構造に集中しました。トポロジーにまつわる難しさと本気で取り組む時期が来たと思ったからです。そして、組み紐群や岩堀・ヘッケ代数の表現をセルバーグ型積分に付随するホモロジー空間上で実現したことを契機に、ねじれホモロジーに対する交叉数を利用しての２次元共形場理論における物理的相関函数の係数の導出、リンク不変量であるジョーンズ多項式の定式化、そして、一般化超幾何函数やシンプソンの超幾何微分方程式や共形場理論の共形ブロックなどにおける接続問題を解決することができました。最近では、古典的超幾何函数に付随するモノドロミーの表現の実現と既約性条件の決定などを行っています。

数学は、自分で納得できるまで考えられるのが良いところです。そして、自分の言葉で納得できるまで、とことん考え抜いてください。一度分かったと思っても、つぎの段階の理解には、まだ不十分であることが殆どです。ちょっとやそっとでわかるものなど、底が浅いだけです。本物は、常に、深いもの。ですから、その正体を掴むためには膨大な努力と時間が必要です。今の時代、ここまで深い内容を何の制限もなしに自由に触れられることは珍しいかもしれません。だからこそ、数学と真摯に向き合って欲しいと思います。もしも、数学の深みに触れたければ、どうぞ、本専攻の門を叩いてみてください。そこには、きっと素晴らしい未来が待っていることでしょう。

准教授
三木　敬
Miki Kei

昭和36年（1961年）兵庫県生まれ。大学院まで理論物理学を専攻したのち、可解格子模型に興味をもち、現在、可解格子模型よりもむしろその背景にある量子群という代数の表現を調べています。研究は、難しい数学を使う数学のための数学というよりは、数理物理学への応用を念頭において、比較的初等的な手法で扱える面白い問題をみつけるという方法で行っています。研究のために必要なものは線形代数、代数の初歩および論理的思考能力です。

可解格子模型、量子群、q 変形、表現論

可解格子模型とは、相転移などを調べるために考えられた２次元の統計力学の模型で、ある種の物理量が厳密に計算できるものです。よく知られたものとしてIsing模型があります。（統計力学とは、多数の粒子からなる物理系を粒子が多数であることを用いて調べる物理の１分野ですが、以下とは関係ありません。）可解格子模型が ‘解ける’ ことの理由は、Yang-Baxter 方程式

$$R_{12}(\phi)R_{23}(\theta+\phi)R_{12}(\theta)=R_{23}(\theta)R_{12}(\theta+\phi)R_{23}(\phi)$$

の解である R 行列から模型が構成されていることです。このYang-Baxter方程式や R 行列はDrinfeldと神保により見出された量子群という代数と深く関係しており、そのため、可解格子模型を調べることと量子群の表現論を研究することは密接に関連しています。例えば、可解格子模型を解く努力をすることにより量子群の表現論の新しい問題を見つけてそれを解決できる可能性があり、逆に量子群の表現論を調べることにより新しい可解模型を得る可能性があります。以下で、量子群と表現論についてもう少し説明します。

量子群とはパラメーター q を含む代数で、$q\to 1$ とするとある種のリー代数（の包絡代数）となるものです。

$$\boxed{\text{量子群}} \xrightarrow{q\to 1} \boxed{\text{リー代数（の包絡代数）}}$$

このように、元々ある理論 X をパラメーター q を含む理論 X_q に拡張し、それが $q\to 1$ のときに元の理論 X になるとき、X_q を X の q 変形と言います。

$$\boxed{X \text{ の } q \text{ 変形}} \xrightarrow{q\to 1} X$$

この言葉では、「量子群はある種のリー代数（の包絡代数）の q 変形」となります。元

の理論 X（今の場合、ある種のリー代数）ももちろん面白いものですが、その q 変形 X_q（今の場合、量子群）を考えることにより、さらに興味深い結果が得られることがあります。q 変形の簡単な例として、「微分の q 変形は差分」があります。D_q を

$$(D_q f)(\theta) = \frac{f(\theta + h) - f(\theta)}{h} \qquad (h = \log q)$$

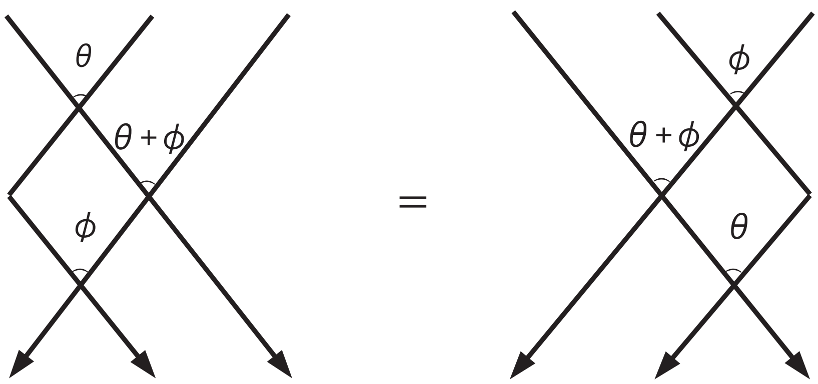
で定めると、$q \to 1$ のとき $h \to 0$となるので、

$$D_q f \xrightarrow{q \to 1} \frac{df}{d\theta}$$

となります。これから、差分 D_q が微分 $\dfrac{d}{d\theta}$ の q 変形となっていることが分かります。

次は、表現論の説明です。表現論で一番簡単なものは群の表現論ですので、これを例として表現というものがどういうものかを説明します。群 G の表現を求めることは、群と同じ積の規則を満たす正則行列を求めることと同じです。すなわち、群 G の表現を求めることは、同じサイズの正則行列 $M_g (g \in G)$ で、$M_g M_h = M_{gh} (g, h \in G)$ を満たすものを求めることです。抽象的な群の代わりに具体的な正則行列のなす群を考えるので、少し身近になります。量子群の場合も、量子群は抽象的な代数ですが、その表現を考えることは線形代数の問題になり、（私が扱っているものは）線形代数が分かればそれなりに何とかなります。表現を可解模型に応用する場合は、問題がより具体的になり、抽象的なことが苦手な人にも取っ付きやすくなります。ただ、必ずしも「具体的＝簡単」というわけではありません。

ちなみに、上に記したYang-Baxter方程式は一見複雑ですが、図を用いると次のように直感的(?)に表せます。



等号の左側の図で一番上で見て真ん中の「く」の字型の線を逆「く」の字型になるように右側に引っ張ったものが右側の図になります。線の交点が R 行列に対応し、R 行列のパラメーターの値は交差した二つの線に対応したパラメーターの差になっています。

３本の線には一番上で見て左から順に $\theta+\phi$、ϕ、0というパラメーターが割り振られています。

最近の研究内容

研究では、適当な代数 X を持ってきて、その q 変形 X_q をうまく定義し、その表現や可解模型への応用を調べるというようなことを行っています。最近は次のことを調べました。

（１）p を0でない複素数とし、$yx = pxy$ を満たす２変数 x, y の（負べきも許した）多項式環を A とおきます。この A は、括弧積を $[a, b] = ab - ba$ と定めることにより、リー代数とみなすことができます。X としてこのリー代数 A（の中心拡大の包絡代数）を選んでその q 変形 X_q を定義し、その表現や表現のテンソル積から生じる R 行列、X_q と q 変形された Virasoro 代数・W 代数との関係などを調べました。

（２）リー代数 sl_2 と１変数ローラン多項式環 $\mathbf{C}[t, t^{-1}]$ のテンソル積 $X = sl_2 \otimes \mathbf{C}[t, t^{-1}]$（の中心拡大）はよく知られたアファイン・リー代数で、その q 変形 X_q は量子群のなかでも特に詳しく調べられているものです。X を拡張したものとして $\mathbf{C}[t, t^{-1}]$ の代わりに $t-1$ での割り算を許した環 $\mathbf{C}[t, t^{-1}, (t-1)^{-1}]$ を考えたリー代数 $Y = sl_2 \otimes \mathbf{C}[t, t^{-1}, (t-1)^{-1}]$ があり、Y とその q 変形 Y_q は伊藤、Terwilligerたちにより研究されています。Y_q は X_q を部分代数として含むものとなっていますが、私は（既約とは限らない）Y_q の有限次元表現と X_q の有限次元表現との関係を調べました。

セミナー風景

今は、リー代数 $sl_2 \otimes \mathbf{C}[s^{\pm 1}, t^{\pm 1}]$（の中心拡大の包絡代数）の q 変形であるトロイダル量子群を考え、W をその最高ウェイト表現とするとき、Hom$(W, W((z)))$ 上に構成できるトロイダル量子群の表現を調べています。

修士のセミナー

修士の１年目は、修士論文作成に必要な知識を身につけるためと、本当に理解できているかどうかを自覚してもらうために、セミナー形式でテキストを読んでもらいます。セミナーでは、基本的な事柄の理解を重視し、自分で考えるという態度を期待します。

量子群がリー代数の（包絡代数の）q 変形ですから、セミナーで用いるテキストとしては、まず量子群の元になっているリー代数とその表現を扱った

［1］J. E. Humphreys 著，Introduction to Lie algebras and representation theory (Springer)
［2］R. V. Moody and A. Pianzola　著，Lie algebras with triangular decomposition（John Wiley）
［3］谷崎俊之 著，リー代数と量子群（共立出版）
［4］V. G. Kac 著，Infinite dimensional Lie algebras（Cambridge）
［5］脇本実 著，無限次元リー代数（岩波書店）

などがあります。これらの一つを読んだ後、その q 変形である量子群を扱った

［6］J. C. Jantzen 著、Lectures on quantum groups (AMS)
［7］神保道夫 著、量子群とヤン・バクスター方程式（シュプリンガー東京）

などを読もうと思っています。また、頂点代数の入門書である

［8］J. Lepowsky and H. Li 著，Introduction to vertex operator algebras and their representations (Birkhäuser)

や，対称多項式，対称関数を扱った

［9］I. G. Macdonald 著, Symmetric functions and Hall polynomials (Oxford University Press)

もテキストの候補です。もちろん、上に挙げたものにこだわらず、学生さんの興味・理解度に応じてテキストを選びます。

修士論文

修士の２年目は修士論文の作成です。学部までの教育では答えがあるものを理解することに慣れ過ぎていますから、答えがあるかどうか分からないものを自分で考え、その結果を人が理解できるような形にまとめることは良い経験になると思います。

最近の修士論文は次のものです。

［1］中田順三「$L(sl_2)$ のボレル部分代数の表現から $L(sl_2)$ の表現への拡張とその q

変形」

ループ代数 $sl_2 \otimes \mathbf{C}[t, t^{-1}]$ のボレル部分代数の有限次元表現がループ代数の表現に拡張できる条件が調べられ、特にボレル部分代数の有限次元既約表現はループ代数の表現にほぼ拡張できることが示されています。またこの問題の q 変形についても考察されています。

［2］望月康博「Tetrahedron algebra の中心拡大の q- 変形とその表現」

上で述べたリー代数 Y の中心拡大の q 変形 $\hat{Y}_q$ が定義されています。さらに、アファイン sl_2 型の量子群の最高ウェイト表現が $\hat{Y}_q$ の表現に拡張できるかという問題を考えてもらいました。

［3］江原賢司「3点 sl_3 ループ代数」

リー代数 $sl_3 \otimes \mathbf{C}[t, t^{-1}, (t-1)^{-1}]$ の基本関係式について考えてもらいました。

［4］高山慶一郎「有限群の群環の Quantum Double と R-行列」

有限群の群環の Quantum Double という準三角 Hopf 代数の表現からスペクトラルパラメータによらない R 行列が得られます。これを利用してスペクトラルパラメータ θ による R 行列 $R(\theta)$ を求めるという問題が、生成元 a, b, 関係式 $a^7=1$, $b^3=1$, $b^{-1}ab=b^2$ で定まる有限群の場合に考えられています。

今の学生さんには、ボゾン代数の q 変形を用いて構成される可解模型から生じる可換な（と思われる）一次変換の固有関数と対称多項式の関係を調べてもらっています。

最後に

些細なことでも構いませんから、卒業までに何か自分で新しい結果を導いてやろうという意欲のある学生さんを歓迎します。

Finite dimensional modules for the q-tetrahedron algebra

Kei MIKI

Abstract

In [7] the q tetrahedron algebra $\boxtimes_q$ was introduced as a q analogue of the universal enveloping algebra of the three point loop algebra $sl_2 \otimes \mathbf{C}[t, t^{-1}, (t-1)^{-1}]$. In this paper the relation between finite dimensional $\boxtimes_q$ modules and finite dimensional modules for $U_q(L(sl_2))$, a q analogue of the loop algebra $L(sl_2)$, is studied. A connection between the $\boxtimes_q$ module structure and L-operators for $U_q(L(sl_2))$ is also discussed.

1 Introduction

In [1] a presentation of the three point loop algebra $sl_2 \otimes \mathbf{C}[t, t^{-1}, (t-1)^{-1}]$ in terms of generators and relations was obtained. The Lie algebra defined by the generators and the relations was named the tetrahedron algebra and denoted by $\boxtimes$, since the generators can be identified with the six edges of a tetrahedron. The relation between irreducible finite dimensional $\boxtimes$ modules and irreducible finite dimensional modules for the Onsager algebra were investigated in [2], using the notion of a tridiagonal pair. The tetrahedron algebra and its modules were further investigated in [3] and [4], and the universal central extension of this Lie algebra was studied in [5] and [6].

In [7] Ito and Terwilliger introduced the q-tetrahedron algebra $\boxtimes_q$, a q analogue of the universal enveloping algebra of the tetrahedron algebra. This algebra contains $U_q(L(sl_2))$ as a subalgebra and $U_q(L(sl_2))$ has A_q as a subalgebra. Here A_q is an algebra isomorphic to the subalgebra of $U_q(\widehat{sl_2})$ generated by the Chevalley generators e_0 and e_1. Using the theory of a tridiagonal

2000 Mathematics Subject Classification. Primary 17B37; Secondary 17B67, 82B23.

1

コンピュータ実験数学講座

**コンピュータ実験による科学問題設定・解決の過程を通じて、
数理モデリング・計算モデル（コンピュータモデル）の構成に関する教育研究を進めている。
また、問題設定・解決の過程を通じて、あらたな計算数学理論の構築を目指す。**

教授

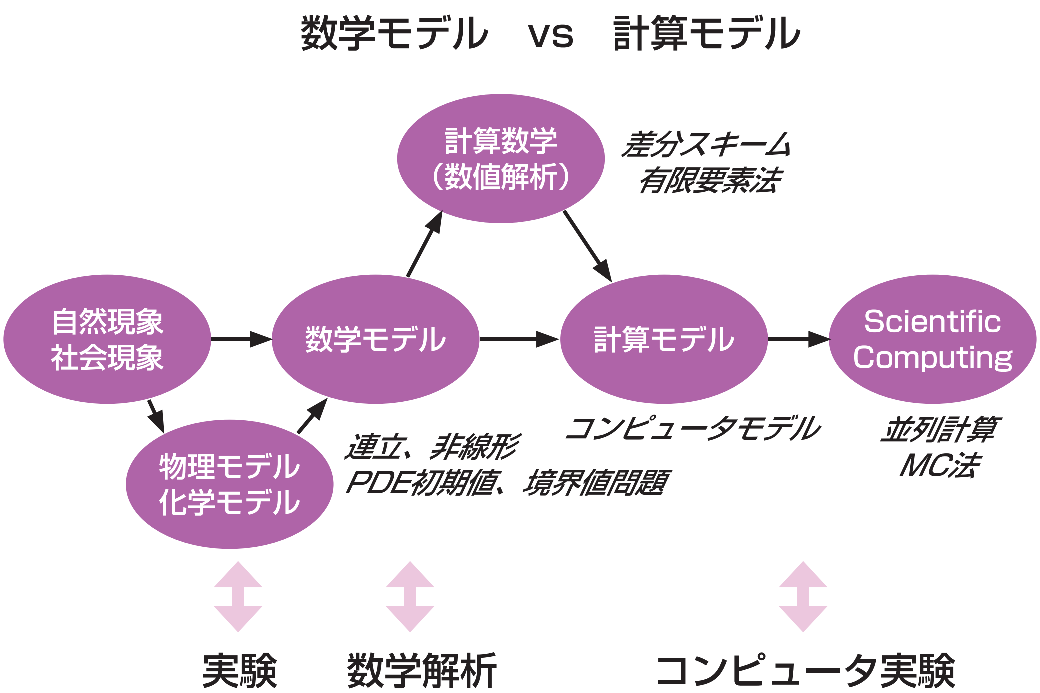
小田中　紳二

Odanaka Shinji

1978年京都大学工学部数理工学科卒業。2000年4月より、サイバーメディアセンター、コンピュータ実験科学研究部門教授、理学研究科数学専攻を兼任し、2002年4月より、情報科学研究科情報基礎数学専攻、コンピュータ実験数学講座を兼任しています。専門は、応用数学・計算科学（偏微分方程式の数値解法・数値解析、数値シミュレーション）。
http://www.cas.cmc.osaka-u.ac.jp/~odanaka/

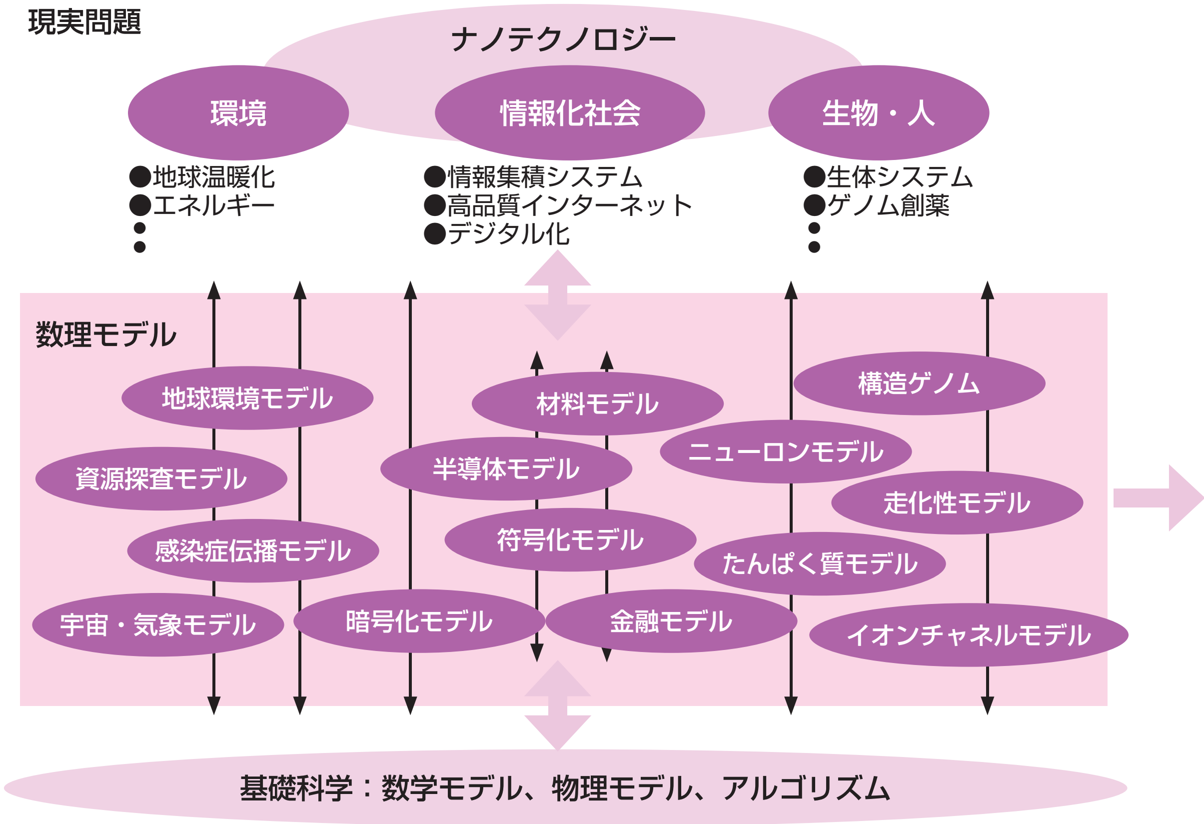
研究テーマ

自然現象や物理法則から数学モデルを立て、コンピュータ上で取り扱える計算モデルを構築し、効果的な計算アルゴリズムを開発して数値シミュレーションを行う手法は、多くの人達が期待したように、複雑で未解決の科学技術の問題を解決するのに大きな影響を与えてきました。今では、コンピュータの飛躍的な進歩とともに、コンピュータ実験としてのシミュレーションという言葉も日常語になるほど、その手法は広く普及しています。



近年、地球環境、情報、生命、ナノテクノロジーなどの科学技術分野において、このような手法は新たな知見を得るアプローチとして広く展開しています。また、このような過程は、新たな数学モデルを構成し、数学・数値解析と共に数値計算手法やアルゴリズムを構築する機会でもあり、いわゆる“応用数学”や“計算科学”を発展させる良い機会でもあります。

自然・社会現象を理解して様々な数理モデルを考察すると、多くの現実問題が連立の非線形偏微分方程式系の初期値問題や境界値問題からなる数学モデルとして考察することができます。このような数学モデルに対して、差分法や有限要素法などによる数値スキームや反復解法を研究して計算モデルを構成し、その数値解析や科学技術計算の実行方法を研究して、計算機を用いて数値シミュレーションとして実現していくことになります。偏微分方程式によるモデルを基にした数値シミュレーションは、たとえば、生体システムにおけるイオンチャネルや血流などの自然現象、宇宙・気象現象や津波などの防災、また、感染症伝播や金融モデルなどの社会現象の解明や予測に用いられています。また、産業上においては、航空機産業では仮想風洞実験や機体設計、自動車産業ではエンジン燃焼現象の予測、エネルギー産業では資源探査や採取の予測、半導体や素材産業では素子設計や材料設計などに幅広く用いられています。



この中で、Boltzmann輸送と呼ばれる現象（多数の“粒子”が相互作用を及ぼしながら、その集団が移動していく現象）は、様々な科学技術分野で共通に見られる興味ある基礎的な素過程を与えてきました。特に、電荷輸送現象を扱うPoisson-Boltzmann方程式系は、流体の数学解析・数値解析や数値シミュレーションにも新たな研究課題を提起しています。例えば、極微構造における電子輸送も、多体系のモデリングを基礎として、Boltzmann輸送方程式のモーメント展開から質量保存、運動量保存、エネルギー保存式を導き出して保存則と呼ばれる流体モデルを構成し、数学解析・数値解析や数値シミュレーションの研究が進められています。

現在、Poisson-Boltzmann方程式系から導出される流体モデルや、流体モデルの計算スキームの構成やその理論的裏付けとなる計算数学や数値解析、非線形偏微分方程式の数値解法に関する研究を進めています。さらに、極微構造における電子輸送は、多体性と共に量子性をどのようにモデル化するかが新たな課題であり、Wigner-Boltzmann方程式から導出される量子流体方程式は、その数学構造の解明や数値解法の研究が必要とされている分野です。その中で、各階層の数理モデルの構築、高精度や高解像度な計算スキームや、数学的理論に裏付けられた反復解法を開発することによって数値シミュレーションの実現を目指しています。また、ここで研究を進めている保存スキームは、複雑な生物パターンを形成する走化性モデルや金融モデルに現れる反応移流拡散方程式に対する離散化手法としても一般化でき、良い計算結果を与えることがわかってきました。

より実践的な研究として、自ら創った計算スキームや数値計算手法によってコンピュータシミュレーションを実現し、実際の現象を解析することにも興味をもっています。工学上の課題に対しては、シミュレーションによる現象解析は、コンピュータを利用した設計技術(CAD)を進展させることができます。また、様々なモデルからなる連成モデルやその3次元問題などの大規模シミュレーションの実現には高速計算が必要となっています。このため、並列計算モデルの研究にも興味をもっています。従来は当たり前となっている計算アルゴリズムが、並列性の観点を付け加えると新しく変貌していくことがあり、興味ある科学技術の問題を提起します。今や、ペタフロップスのスーパーコンピュータが実現され、エクサスケールのスーパーコンピュータ実現の議論が始まっています。通常使うPCもマルチコアプロセッサーで構成され、将来は、メニィコア化が進むと考えられています。並列計算は日常化しつつあり、数値シミュレーションのための並列計算手法の研究の重要性も増しています。

セミナーや研究の進め方

現実の具体的な問題を眺めていると、自然は人間が想定する問題をはるかに超えていることにあらためて驚かされます。偏微分方程式の数値解法はコンピュータシミュレーションを実現し、複雑な自然現象を理解しやすくする上で興味深い実践的方法です。ま

た、計算スキームの構成や数値計算手法の研究は、数学モデル（特に、非線形偏微分方程式の解析学）や科学技術計算手法（計算アルゴリズム）などの研究分野とも密接に関連しています。モデルを立て、スキームをつくり、シミュレーションする、という関連性が見えてくると、いろいろな現象が面白くなってきます。そのため、広い分野に興味をもちながら、自分にあったテーマやアプローチを見出し、大学院での専門性を高めてもらいたいと思っています。

コンピュータ実験数学講座では、大学院生は日常の中で自然にコンピュータスキルを高めています。このため、学生一人１台のPCやLAN環境下に高性能計算サーバーがあります。さらに、興味があるならばスーパーコンピュータの利用も可能です。コンピュータに慣れるところから始まって、自分が作り上げた計算モデルで大規模数値シミュレーションを行うことまで可能な研究環境にあります。

学部４年生では、数学モデルと計算モデルの関連が理解できる本を対象にセミナーを実施しています。修士課程１年生の間は、数学モデルの立て方、計算スキームの構成方法や偏微分方程式の数値解析に関する本を対象にしたセミナーからはじめ、後半では、各自の研究テーマを考えながら最新の論文を中心にしたセミナーを行ないたいと思っています。修士課程２年生では、各自の研究テーマを決め、自らの研究内容の発表を行い、日常的指導を通して修士論文研究を進めていきたいと思っています。以下に、修士論文と博士論文の例を紹介したいと思います。

修士論文の例

（１）　半導体における量子流体モデルの定常解の解析

（２）　非定常な量子ドリフト-拡散方程式の数値解析

（３）　不完全HV分解を伴った大型行列の反復解法

（４）　フェルミ-ディラック統計に基づいた半導体方程式の定常解の存在と反復解法

（５）　半導体ドリフトー拡散方程式に対するScharfetter-Gummelスキームの数値解析

（６）　非線形Black-Scholes方程式のための高精度で安定なスキーム

（７）　２次元量子エネルギー輸送方程式の数値解法

（８）　半導体におけるエネルギー輸送方程式に対する非線形差分スキーム

（９）　定常な半導体方程式系における縮小写像の構成と評価

（10）　双曲型保存則に対するGodunov法とNessyahu-Tadmor中心スキームの比較研究

（11）　アメリカン・コールオプションの非線形ブラック・ショールズ方程式に対する数値スキームの構成

（12）　一般化された感応性関数を伴う走化性方程式に対する2次元保存スキームの構成

博士論文の例：

（1）島田 知子, A study of numerical methods for transient quantum drift-diffusion equations arising in semiconductors

半導体輸送を記述する量子流体方程式の境界値問題や初期値境界値問題について、解の存在や反復計算法の構成、計算スキームの安定性に関しての研究や、数値計算法の提案を行いました。また、１次元差分スキームによってシミュレーション結果を得て、数学的結果や物理的現象を実証しています。

この研究は、日本応用数理学会2008年度若手優秀講演賞を受賞しました。
http://www.jsiam.org/

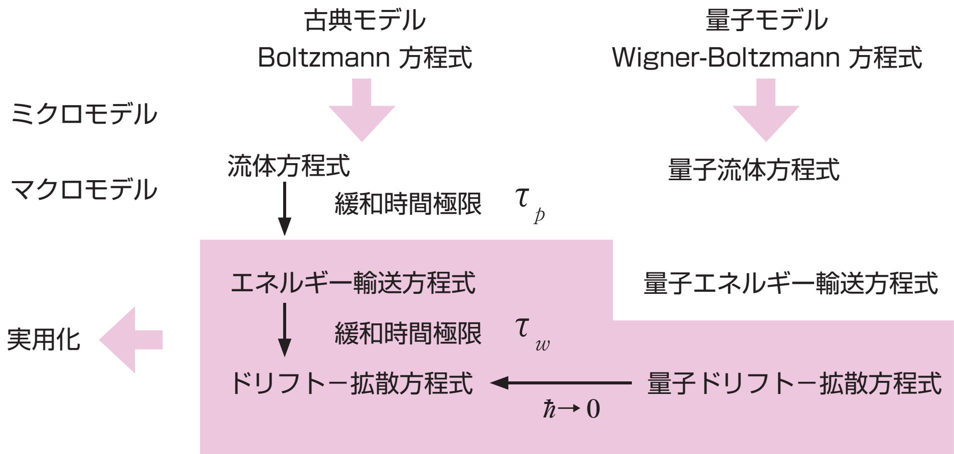
[受賞者]　島田 知子 (大阪大学大学院情報科学研究科)
[講演題目]
半導体における量子ドリフト-拡散方程式の適応型時間離散化手法
[講演概要]
半導体シミュレーションにおいては、量子性を伴った電子輸送モデルが必要であり、非定常な量子ドリフト-拡散方程式の数値計算法を構成した。系の自由エネルギーの時間微分を導入することによって、時間離散化に対する適応型時間ステップアルゴリズムを提案した。 このアルゴリズムを半導体素子のスイッチング特性に対して検証し、総時間ステップ数を大幅に削減して、電子分布の時間発展を精度よく計算できることを示した。

（2）鍾菁廣, A study of a quantum energy transport model for semiconductors

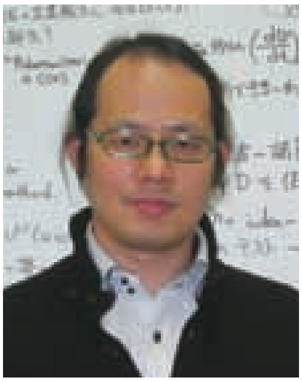
本研究の主たるテーマは、Wigner-Boltzmann方程式から導出される量子流体（QHD）モデルとその数値計算手法に関するものです。量子流体モデルは、de Broglie, Madelung, Bohmらによって研究がはじめられたSchrödinger方程式の流体表現の研究にも深い関わりをもち、様々な物理・化学現象のモデル方程式として、近年精力的に研究されています。　その中で、モーメント展開によって量子流体方程式を導出し、半導体内の電子輸送モデルとその計算モデルを構築する研究に特色があり、

1）　量子エネルギー輸送モデルの導出
2）　高精度な非線形スキームや反復法の開発
3）　数値シミュレーションによる現実問題の解決

の3方面から研究が進められています。量子流体方程式は階層モデル構造を有しており、各階層の物理モデルの構築と共に、その数値シミュレーションを実現していくには、今までの計算理論を応用するだけではなく、数学的側面と物理学的側面から新たな計算理論を構築して、数値スキームや反復解法などの計算モデルを構成することが必要となっています。



量子流体モデルの拡散スケーリングによるモデル方程式の導出において、モーメント展開におけるClosureの問題に着目し、階層モデルの一つである4モーメント量子エネルギー輸送（QET）モデルの構築に成功しています。量子エネルギー輸送方程式に対する数値解法の研究においては、新しい変数の組を用いた離散化手法によって、電流連続式、量子ポテンシャル式、エネルギー保存式に対してScharfetter-Gummel型の高精度非線形差分スキームが導かれることを示しています。また、キャリアとして電子・正孔の両方を考えるならば、電場における量子エネルギー輸送モデルは７つの非線形偏微分方程式系となりますが、その反復解法に対して、エネルギー保存式に緩和法を新たに導入することによって安定な反復解法を開発しています。これによって、微細半導体素子内のホットキャリア効果を伴った量子閉じ込め輸送の2次元シミュレーションを実現し、数値シミュレーションによる現実問題の解決が期待されています。



准教授

降籏　大介

Furihata Daisuke

具体的な手計算がどこまでも可能で意外な結果が出せる差分法がお気に入りの、数値解析スキーム構成研究者。偏微分方程式対象の構造保存解法である離散変分導関数法を提案、今は他研究者も巻き込んで格闘中。

昭和43年（1968年）東京生まれ、長野県で育つ。平成2年（1990年）東京大学工学部物理工学科卒業。平成13年（2001年）４月に京都大学から阪大に赴任。専門は数値解析による偏微分方程式の求解方法の構成で、近年発展をみせている、微分方程式の近似解数値計算法としての構造保存解法に属するものである。構造保存とは、方程式が内在する性質や関係性をその離散近似式である数値スキームが離散的に再現することの謂であり、構造保存解法はその着目する性質や再現手法などを与えるフレームワークとみなすことができる。われわれが1990年代に提案し、これまで研究をすすめている離散変分導関数法とはこの構造保存解法の一種である。離散変分導関数法は主に偏微分方程式に対するもので、方程式の変分構造と解のエネルギーと呼ばれる大域量の関係性に着目してその保存性ないしは散逸性を数値スキームで再現する方法を与える。標語的に言うならば、離散変分導関数法は**変分導関数を介して系の散逸性・保存性が表される微分方程式問題に対して、その性質を数値スキームで離散的に再現する**方法論である。

この方法について、少し具体的に解説してみよう。例えば、具体的な対象の偏微分方程式例としてCahn-Hilliard方程式をとりあげてみる。これは相分離現象のモデル方程式で、その繊細な挙動から数値計算が難しい例として知られている。空間１次元の場合、組成比分布関数u（x,t）に対するCahn-Hilliard方程式は具体的には

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(pu+ru^3+q\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right),\ x\in(0,L),\ t>0,\ p<0,\ q<0,\ r>0.$$

で表される。この方程式は物理的考察を経て（一定の境界条件下で）自由エネルギー$J[u]=\int_0^L G(u,u_x)\,dx$（ただし$G(u,u_x)=(1/2)pu^2+(1/4)ru^4-(q/2)(u_x)^2$）が減少するようにモデル化されている。逆に言えば、このエネルギー減少性が系の時間発展方向そのものを決めるといって良い。この関係性を数学的に表すと、方程式自身が

Gの変分導関数を用いて

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\delta G}{\delta u}\right)$$

と表せる、という一言に帰着する。この表式により$J[u]$ が減少していくことが導かれる。なお、このときGの具体形がどうであるかは関係ないことに注意しておこう。離散変分導関数法は、**離散計算においてこの事実を再現することで数値計算法を半ば機械的に導出する**もので、この具体的な実現手段として差分法や有限要素法、スペクトル法などを用いる。差分法を使った例では、$u(k\Delta x,\ n\Delta t)$ の近似解を$U_k^{(n)}$ として、Gを離散化した量G_dに対して離散変分導関数 $\delta G_d/\delta\ (\boldsymbol{U}^{(n+1)},\ \boldsymbol{U}^{(n)})$ を定義し、それを用いて

$$\frac{U_k^{(n+1)}-U_k^{(n)}}{\Delta t}=\delta_k^{\langle 2\rangle}\left(\frac{\delta G_d}{\delta\,(\boldsymbol{U}^{(n+1)},\boldsymbol{U}^{(n)})_k}\right)$$

と数値スキームを定義することでG_dの空間に沿った和が減少する性質を厳密に再現する。この数値スキームはこの再現性から導出されるいくつかの優れた性質を持ち、そしてCahn-Hilliard方程式の安定、かつ、高速な近似計算を可能とする。下の図は、そのような代表的例であるCahn-Hilliard方程式に対する二次元数値計算結果である。このように離散変分導関数法により

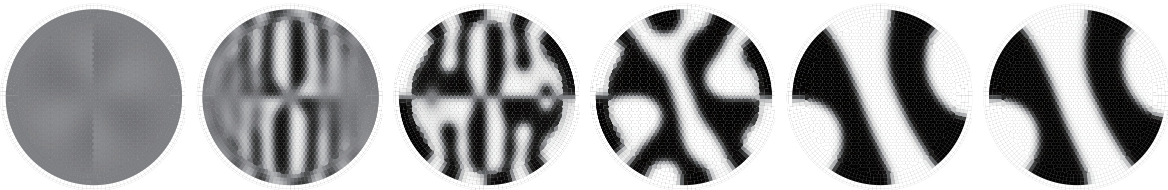


図 1:Cahn-Hilliard方程式の数値解の時間発展の様子。左側から右側へと時間発展していく。ほぼ均一な状態から不均一な状態への変化を表している。

得られた数値スキームは優れた性質を持つことが期待でき、特に数値的求解が困難な偏微分方程式問題に対して実用上の利点を強く持つ。また、離散変分法の基本にある変分の概念や、その重要な数学的道具である差分法などを上手に適用することにより、偏微分方程式の数値解法だけではなく、物理現象の新しいモデリングや最適化問題の求解などにいくつかの結果ももたらしている。こうしたこれまでの成果のおおよそを

Discrete Variational Derivative Method, D. Furihata and T. Matsuo, CRC Press, 2009。

という成書にまとめてあるので、興味がある場合は一読していただきたい。

数値解析に話を戻すと、この分野は、純粋な数学理論では手のでない問題をコンピュータを用いて具体的に解を得てしまおうという研究分野であり、大きくは応用数学に分類される。数値解析の難しい問題はコンピュータ上の問題、つまり、速度、メモリ等に

配慮しつつ如何にプログラミングを行うかという問題に帰着されるように一見思われる。しかし、必ずしもそうではない。むしろ本質的な問題は、コンピュータ以前の、問題を有限な離散系で表現、計算する部分にあり、そのため、研究の骨子は離散数学という分野の問題を一つ一つ解決していくという様相を呈する。数値解析という分野の歴史は意外に古く、数学上の重要な定数πやeの数値表現を手計算で求めてきた歴史も考えれば、数学自体と同じ歴史を持つと言って良い。もちろん、コンピュータの出現によって計算の量と速度が圧倒的に大きくなり、数値解析という分野が特別に意識されるようになってきたのである。以前行った夏の公開講座「離散と連続－微分方程式の数値解析」で数値解析の本来の面白さをなるべく紹介すべく講演を行ったが、この骨子を紹介するために、そのabstractを引用しよう。

> **数値解析は他のpuremathと同じだけの面白さを持っている。**
> 計算機で計算を行う際、実際に計算はどのように行われているのであろうか。ややもすると、計算機ハードウェア自身が数学に関する人類の知識を用いて計算を行う作りになっているかのように錯覚しがちであるが、実はそうではない。計算機ハードウェアは、基本的に四則演算ぐらいの驚くほど単純な計算を受け持つのみである。全ての計算はその単純な計算のみを有限回数だけ用いたアルゴリズムに最終的に還元されて実装されている。つまり、全ての計算が基本的に四則演算の繰り返しだけで実現されていると言ってよい。またメモリの有限性などから、計算機では有理数の一部分のみ、すなわち離散的な数、を用いて通常は計算を行う。
> 閉じている、という意味で計算機における計算は一つの数学体系をなしているととらえられるが、上に述べたように、有限かつ離散な計算のみを扱うために結果や方法論が通常の数学とだいぶ異なることになる。素朴な基礎から出発して有限と離散という制限の枠内で何ができるかという命題は興味深いものであり、計算機を背景としてこの命題を研究するのが計算機科学である。つまり、計算機科学は「有限」と「離散」という概念からのみなる数学を研究する分野であると標語的にいいかえてもよいだろう。
> 計算機科学は、その対象および手法から数値解析と（非数値）情報処理という分野に大きく分けられる。数値解析は関数論等の連続的な数学で記述される問題（数値問題）を扱う分野であり、（非数値）情報処理とは、組合わせ論などの離散的数学で記述される問題（非数値問題）を扱う分野である。数値解析はその性格上、連続と離散、極限（無限）と有限という概念を対応させつつ研究を行う分野であり、情報処理は離散かつ有限という概念を最大限利用して研究を行う分野である。

上記引用からわかるように、数値解析という分野は一般に想像されるよりはるかに奥が深い理論的なものであり、また、広い範囲におよぶものである。

また、数値解析だけでなく、隣接する離散数学にも興味があり、面白いテーマは無いかと日々考察を巡らせている。意外に知られていないその面白さを紹介するべく、別の年の夏に高校生向けに行った公開講座では数値解析の立脚点を幅広い視点からしってもらうべく、「デジタルの数学－セルオートマトンと計算機」というタイトルで講演を行った。この講座では、ライフゲームによる具体的なセルオートマトンの性質の提示、UTM（万能チューリングマシン）との関係、「計算」という意味の定義、停止問題によるその限界、物理や数学への応用、自己複製機械などをテーマとした。こうしたテーマは多くの分野への関連性が強いうえ、応用範囲も広い。数学の基礎から応用まで縦断する興味深い分野であり、できればこの分野をテーマとして研究を行う学生が出てこないかと期待をしている。

阪大に赴任してから、また、数学科の３、４年生などを対象に輪読セミナーや数値解析関連の授業を行ったりしているが、その際には

「数値計算法の数理」杉原正顯，室田一雄著，岩波書店，1994年

を主なテキストとしている。数値解析について記した和書のほとんどが紙面の都合からアルゴリズムを紹介するだけに終始してしまうのに対し、この書は数値解析の数学理論的側面を妥協無く記述している。読み解くにはある程度広い分野の数学的素養を要求されるため、読み進める際には多少の努力を要するが、数値解析の面白さと難しさを知るのに非常に良い本である。数値解析に少しでも興味のある諸氏、ならびに、数値解析とは単なる大規模な計算を行うことだと誤解している諸氏には、是非とも一読を勧めたい。理論的側面をきちんと把握したい者にとって読後の充実感がけた違いであることを保証しよう。また、コンピュータ全般に不慣れな学生向けには、

「やさしいコンピュータ科学」A.W.Biermann著，アスキー出版局，1993年

を事前に通読するよう勧めている。この書はMITで実際に教科書として使われていた書であり、専門家ならずとも一読の価値があると強く思うものである。

また、各学年２名平均で大学院生も受け持っており、現在は修士１年生２人、修士２年生３人の担当教官として指導を行っている。大学院生の指導にあたって最も重視しているのは「自由度の高さ」と「自主性の尊重」である。このポリシーのもと、これまでは幸いにも学生諸氏のやる気に恵まれ、充実した結果が得られていると感じている。

大学院生の指導スケジュールについては、標語的に言うならば修士１年生の期間を「学習から研究への移行期間」、いわば助走期間とし、修士２年生の期間を「自力による研究の試行期間」と位置づけている。これは、現在の教育課程では「既にある知識を人から教わる」学習を小学校に入学してから大学院に進学するまでという長期に渡り行ってきているが、「未知の知見を自分で探る」能力についてはほとんど触れられていないために、「自分で考える」研究行為について多くの学生が慣れていないことを考慮

し、段階的な過程を経て研究の面白さを見いだしてもらいたいためである。この位置づけに基づき、修士１年生の間は様々な学習を行い、修士２年生にあがるころから少しずつ自力での研究へと移行させ、最終的には修士論文になるべき研究成果をなんらかの場で発表することを想定している。

具体的には、次のような指導を行っている。修士１年生の間は、まず各自自由にかつ自力で、基本的に数値解析の理論的な分野を主軸としてテーマを選択する。例えば、これまでは共役勾配法、非線型問題の求解（Newton法、ホモトピー法など）二重指数変換積分公式、有限要素法およびフリーメッシュ法、線形計画法、逆問題、機械学習、制御問題などの幅広い多くのテーマが学生自身によって選ばれている。そして、論文ならびに書籍を資料として学習し、コンピュータでプログラミングを行って追実験を行い、様々な比較検討および評価を行った結果をセミナー形式で発表する。そして、そのテーマにある程度通暁した時点で再び他のテーマを選び、同様の過程を繰り返していく。この約１年間の間に、１テーマを掘り下げる学生もいれば、3、4テーマを広く学ぶ学生もいて、各自自分のペースで学習を行っている。この際、研究への移行という位置づけから、テーマの選択から発表まで全体を通して自力で行えるようになることを重要な目的としている。

修士２年生では、テーマに沿って一通り学習/調査するというこれまでに培った能力を用いて、２～４ヶ月という比較的長い期間を用いて、修士論文に用いるテーマを自力で試行錯誤しながら探し、決定することから始める。研究対象テーマを自力で探し求めるという要求は比較的厳しいものである。しかし、テーマを探す行為自体が研究そのものの最も重要なポイントの一つであることから、是非とも自力で行ってもらいたいと考え、こう指導している。例えば、これまでは走化性方程式系、非線形格子上の離散ブリーザー、Allen-Cahn方程式、正規化長波長波動方程式、拡張Fischer-Kolmogorov方程式、Swift-Hohenberg方程式などの非線形偏微分方程式の離散化に伴う問題やその数値解の解析を始め、種々のテーマが修士論文のために学生自身によって選ばれている。いったんテーマを決定した後は、研究に邁進することになる。具体的には、修士学生のセミナーで現状報告を行い、何が問題なのかを常に整理して、研究の方向を適切に修正するように指導を行う。この際、方法論やおおまかな方向についてはなるべく詳細に指導を行うが、作業や考察、問題の提議等はできるだけ自力で行えるように示唆することを方針としている。これは、その研究はあくまで修士学生自身のものであり、本人が主導的／自主的な立場で研究を行うべきである、と考えるからである。こうして研究がある程度進展し、成果が得られ始めた時点で、公的な学会ないしは研究集会で研究成果をその修士学生に発表してもらっている。こうすることで、自分の研究がどのような位置づけにあるのかを総合的に実感をもって理解することができる。

学生を受け持つ教官として、特に大学院生の指導教官としては、私はスタート地点に立ったばかりの新参者であり、どのような方向に向かって学生と研究を行うかは、やってきた学生次第といえる。また、実際に学生の意思や自主性を意図的に重要視し、生かしていこうと努力しているつもりである。学習・研究のスタイルでも内容でも、またその他の全ての点において学生の自由度は高いので、自主性を強く持ちたいと思う学生は特に大歓迎である。

受賞者紹介

日本数学会賞建部賢弘賞

日本数学会では、毎年、若くして優秀な業績を上げる等、数学研究の活性化に寄与している研究者数名に対して、建部賢弘賞を授与しています。
本専攻からも、これまで２名の卒業生が受賞しています。

2008年度

村井　聡

Murai Satoshi

2008年３月情報基礎数学専攻博士後期課程修了。その後日本学術振興会特別研究員（ＰＤ）として１年半阪大と京大に在籍し、教員として４年半山口大学に在職した後、2014年４月に大阪大学大学院情報科学研究科に着任。

『ジェネリックイニシャルイデアルと単項式イデアルの自由分解についての研究』で2008年に日本数学会から日本数学会賞建部賢弘賞奨励賞を頂きました。現在の専門は代数（環論）と組合せ論です。学部４年生の時にはグレブナー基底について勉強し、環論の基礎を学びました。グレブナー基底というのは多項式に関する色々な計算をする時に使われる手法の一つなのですが、色々な分野への応用があってその事にとても刺激を受けました。大学院に入学してからは、何本か英語の論文を読んだ後、指導教官の日比先生に色々と問題を出して頂いて自分の研究をするようになりました。研究というのは、授業などでの学習とは全く違い、まだ答えが分かっていない問題を何ヶ月もかけて解くということを行います。ゼミに入る前は研究者になろうなどとは夢にも思わなかったのですが、４年生の時に学んだ事に興味が引かれたのと、答えが分かっていない問題を解く、というのが性に合っていると感じたので、博士後期過程に進学する事を決めました。

後期課程に進む際の大きな問題は在学中の生活費をどうするかという問題です。日本には特別研究員制度という博士後期課程の学生の生活費を援助してくれる制度があるのですが、これに通ろうと思うとＭ１、Ｍ２の間に少しでも研究成果を出す必要があり、その為に修士の間は必死で研究し、論文を書きました。幸い、特別研究員に無事採用され、博士課程の間は自由に研究することができました。そのお陰か、大学院在学中にジェネリックイニシャルイデアルと呼ばれる多項式環のイデアル（教員紹介に出て来るalgebraic shiftingと同じもの）の研究を進めていたのですが、幸運にもこのテーマに関する未解決問題の幾つかを解決することができ、数学会から賞を頂く事になりました。

博士後期過程進学となると覚悟が入りますが、数学科の学生には修士までは進んで欲しいと思っています。というのも、数学という学問は学部４年間では基礎的な内容しか習わず、本当に面白い所まで学べないからです。私も学部３年生の頃は全く数学が面白いとは感じず、一時は就職も考えていましたが、ゼミに入って専門的な内容を学び、自分で色々な計算をするようになってからとても数学が楽しくなりました。経済的な問題は有りますが、４年間で数学を止めてしまうのは少しもったいないので、数学が嫌になっていなければ是非修士までは進んで欲しいと思います。

東谷 章弘

Higashitani Akihiro

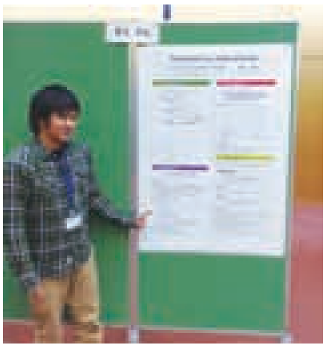
京都大学理学研究科・日本学術振興会特別研究員（SPD）

私は、2012年度日本数学会建部賢弘賞奨励賞を受賞しました。その際の業績題目は、「整凸多面体の組合せ論的および代数的研究」です。

私の主な研究は、まさにこの題目に集約されています。「整凸多面体」と呼ばれる対象を、組合せ論・代数幾何・可換環論と様々な分野の立場から研究を行っています。私は、学部４年生のセミナーで、日比先生が書かれた教科書『可換代数と組合せ論』を読み終えた後、整凸多面体に付随するエルハート多項式と呼ばれる数え上げ函数の特徴付けに主に取り組みました。そして、学部４年生の冬、正規化体積の小さい整凸多面体のエルハート多項式の分類に成功しました。指導教員である日比孝之教授と同級生の長澤祐宜君と共に、私にとっての初めての論文

Takayuki Hibi, Akihiro Higashitani and Yuuki Nagazawa, “Ehrhart polynomials of convex polytopes with small volumes”, European J. Combin. 32（2011）226-232

を執筆しました。この論文は、私のこの研究の原点とも言えるものです。その後私は、従来の研究を継続しつつ、ファノ凸多面体と呼ばれる整凸多面体に興味を持ち、研究を始めました。ファノ凸多面体とは、トーリックファノ多様体と呼ばれる代数多様体と密接に関連したものであり、整凸多面体の研究の代数幾何的側面の１つです。さらに、整凸多面体から作られるアフィン半群環と呼ばれる可換代数の研究も開始しました。可換代数と凸多面体の間には、『可換代数と組合せ論』にも書かれている通り、様々な深い関係があり、非常によく研究されています。整凸多面体に関する研究は、他にも様々な方面の研究があり、これらに留まりません。未解決問題も散在しており、私の整凸多面体への興味はまだまだ尽きることはありません。



これを読んでいる方は、本専攻の進学を考えている方が多いと思いますが、ぜひ何か夢中になれる研究対象を見つけて（せめて修士課程の2年間は）その研究に打ち込んで欲しいと思います。私の場合はそれが整凸多面体でしたが、もちろんどのような対象でも構いません。自分の力で何か新しく定理を証明するという経験は、研究者を目指さなかったとしても、非常に有意義なものだと思います。もし研究者を目指すのでしたら、修士の頃からアクティブに研究を行ってほしいと思います。

私自身整凸多面体の研究に没頭し、そのおかげか、2012年9月、日本数学会建部賢弘賞奨励賞という大変素晴らしい賞を受賞することが出来ました。私には勿体ないほどの名誉ある賞で、身に余る光栄です。今後も、この賞に恥じぬよう、日々精進していく所存です。

受賞者紹介

情報科学研究科賞

情報科学研究科のそれぞれの専攻では、毎年、優秀な成績で博士前期課程を修了した院生の一人に、情報科学研究科賞を授与しています。
本専攻の歴代受賞者からのメッセージです。

平成15年度

金子 和雄
Kaneko Kazuo

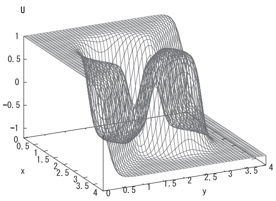
平成16年３月、博士前期課程修了に際し当時既に68歳だった私の修士論文「第４パンルヴェ方程式のモノドロミ可解な新しい解について」に対し、頭記の賞が授与されることになり大変驚いたことを思い出す。

平成10年３月、それまで勤めていた会社を定年退職した後何をすべきかを迫られ、あまり多くを考えずに、幸い家内の賛同もあって母校でもう一度勉強しようと決めた。昭和30年に工学部に入学し、機械工学専攻（修士課程）を修了していたので、今度は電気工学か造船工学かなとも考えたが、最早この歳で製図と実験にはついていけないと思い、以前から行きたいと考えていた理学部数学科を選んだ。３年生の１学期のゼミで犬井鉄郎著「特殊函数」を選んだのが指導教官である大山陽介先生との出会いとなった。内容は以前工学部時代に城憲三教授から学んだベッセル函数、ルジャンドル函数を含み、より広く統一的に扱ったもので、これは面白いとのめり込み、４年生では迷うことなく大山先生のもとで卒業研究に「パンルヴェ方程式」を選んだ。

私は大山先生のゼミに参加するうちに、このパンルヴェ方程式に魅せられ、大学院前後期課程を通じてパンルヴェ方程式のモノドロミ可解な解について研究した。今から15年前、かるい気持で「もう一度勉強したいから入れて下さい」と母校を訪れた時にはここまでは望んでいなかったのに、学部３年時に「数学考究」で大山先生と出会い、パンルヴェ方程式にのめり込み、学位取得、京都大学での研究生活から関孝和数学研究所研究員と、私の第二の人生は数学の研究生活へと大きく展開した。

今になって振り返ると、修士課程修了時の頭記受賞は、当時既に博士後期課程への進学を予定していた私には大きな励みになったこと、その後の研究活動に対し大きな初速度を頂いたなと思いだされ、推薦して下さった先生方に深く感謝している。

平成16年度



山口 訓央
Yamaguchi Norio

ソフトウェア開発

1999年４月に大阪大学理学部数学科に入学後、2003年４月、当専攻に入学し、コンピュータ実験科学研究部門に所属。在学中は偏微分方程式の数値解析の手法を中心に研究を行うとともに、コンピュータ、プログラミングにも強い興味を持ち、数値シミュレーションにも能力を発揮する。また、全般に偏らない優れた学力を持ち、優れた成績をおさめる。

2005年２月に修士論文「Allen-Cahn 方程式のエネルギー減少性を保つ差分スキームの構成と解析」を発表し、その卓越した内容から当専攻での研究科賞受賞者としての表彰を受ける。同年４月に、関西圏のソフトウェア開発系企業に入社、三ヶ月の社内研修を受ける。

在学中にプログラミングに親しむとともにさまざまな知識を独学で既に身につけていた彼にとって、通常の学生がやや困惑するソフトウェア系の研修でも困難は無かった様子。

研修後、そのプログラミング能力の高さから社内の組み込み Linux 関係の開発を行う部署に配属となる。

同部署では、カーネルのポーティング、ドライバの開発、コンサル作業、Android 開発などの内容の業務を、おおよそ３ヶ月から１年ぐらいの期間で行っているとのこと。また、グラフィックドライバの移植や、TRON 系のシステム開発もそれぞれ１年程度ずつ行なっていたとのこと。

そして、今現在も彼は同社同部門にて元気に勤務中。

平成17年度

村井　聡
Murai Satoshi

大阪大学情報科学研究科
情報基礎数学専攻
准教授

修士課程在学中にGotzmann単項式イデアルに関する研究を行い、この研究で平成17年度の情報科学研究科賞を受賞しました。多項式環のイデアルのヒルベルト関数についての定理に“Gotzmannの永続定理”という定理があるのですが、このGotzmannの永続定理の条件を満たすイデアルをGotzmannイデアルといいます。このGotzmannイデアルを単項式イデアルの場合に研究したのが修士論文の内容です。

修士論文のタイトルはそのまま『Gotzmann monomial ideals』で、主結果は3変数多項式環のGotzmann単項式イデアルの組合せ論的な特徴付けを与えたというものです。“単項式”と付く所がポイントです。単に“Gotzmann ideal”だと代数の問題になってしまい、難しい問題になるのですが、“単項式”が付くと組合せ論の問題になって、難しい知識を一切使わずに研究できるようになります。実際、論文の中身は殆ど二項係数の計算で、証明には大学レベルの数学は一切使いませんでした。

私が在学していた時期はまだ研究科が発足して間もない頃で、専攻で最初に学位を取られた金子和雄さんに続き2008年に学位を取り、同じ年に学位を取った仲田研登さん（現岡山大学講師）と共に情報基礎数学専攻での学位取得者第二号となりました。学位を取得した後は阪大と京大で合計一年半ほどポスドク（期限付きの研究員のようなもの）をやっていましたが、2009年10月に山口大学に就職し、さらに、2014年4月に情報基礎数学専攻に今度は教員として戻って来ることになりました。

平成18年度

有家 雄介
Arike Yusuke

筑波大学
数理物質系数学域助教

大学院に入学して以来、頂点作用素代数とよばれる代数系の表現論と、共形場理論という物理に由来する理論の研究を行っています。

一般に表現論においては既約表現とよばれるものを分類、構成することが基本的な問題です。さらに、任意の表現が既約表現の直和であるという性質(完全可約性)が証明できれば、テンソル積などの様々な計算を行ううえで便利です。しかし、私の興味の対象はこの完全可約性が成り立たないような頂点作用素代数で、なかでも指標やテンソル積の理論が主な研究対象です。博士前期課程では、トリプレット代数と呼ばれる頂点作用素代数に付随して現れる量子群$\overline{U}q(sl_2)$についての研究を行いました。この量子群は q が1の原始$2p$乗根となるもので、表現の完全可約性が成り立たないものです。修士論文では、トリプレット代数の指標の空間が、この量子群から決定できるのではないかと考え、$\overline{U}q(sl_2)$の単位元の直交原始べき等元を構成し、その基本代数を決定することで、代数上の対称線形関数と呼ばれる線形関数の空間の次元を決定しました。その時点では結局指標の空間については何もわからなかったのですが、その後の研究で、頂点作用素代数の表現の指標の理論を整備することにより、トリプレット代数の指標の空間と$\overline{U}q(sl_2)$対称線形関数の空間が同型であることが証明できました。現在は、表現のテンソル積を定義する上での基礎となる交絡作用素とよばれるものや、頂点作用素代数とそこから構成される結合代数の表現の関係についての研究を行っています。

情報科学研究科賞

平成19年度

篠原 英裕
Shinohara Hidehiro

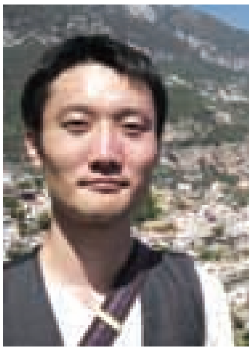
東北大学
情報科学研究科
数学教室 博士研究員

平成24年４月から東北大学情報科学研究科に博士研究員として赴任いたしました。赴任当初は研究科棟のヒビなど震災の影響を感じましたが、閉鎖された建物の撤去なども進み、徐々に復興しつつあります。東北大学では理学研究科、情報科学研究科の数学教室および複数の研究所に多数の若手数学者が在籍し、分野横断的なセミナーも開催されるなど非常に楽しく研究をしております。

私の研究の柱は、組合せ最適化問題における良い構造とは何か？という問題に対する超グラフの極値問題と多面体の立場からのアプローチです。特に超グラフの横断数（＝対応する多項式環の辺イデアルの高さ）を線形計画法で求解可能であるという性質（イデアル性）を持った超グラフの特徴付けを行っています。イデアル性を持たないという性質の中で極小な超グラフのうち縮退有限射影平面でないものは、レーマン行列とよばれる 0-1 行列を接続行列として持つことが知られています。このレーマン行列は一見、組合せデザインの対象であり、構成するには可換環上の準同型写像や有限群などの代数的手法を用いることが便利です。私は最近、いかなる極小非イデアル超グラフの接続行列にも行誘導部分行列として含まれない正方レーマン行列の最初の例を無限系列で構成しました。また、0-1正方行列がレーマン行列になるための必要条件もいくつか示しています。

最後に私見になりますが、組合せ最適化問題には多くの行列の問題があるので、代数学が役に立つ未発見の分野が多数あると思います。日比研究室で代数的素養を身に着けた上で最適化やグラフ理論を研究する方が現れるのを祈っています。

平成20年度



干井 順三
（旧姓：中田）
Hoshii Junzo

株式会社りそな銀行
年金信託部

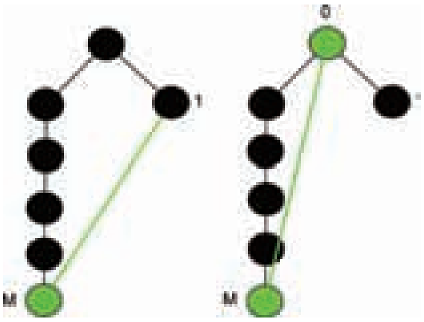
私は平成21年３月に情報基礎数学専攻を修了して以来、株式会社りそな銀行にて、数理の専門職として働きながら、アクチュアリーを目指しています。アクチュアリーとは、年金・生命保険・損害保険などの業界で活躍するための専門的な資格を持つ人材です。その資格を取るためには、確率・統計などの数学的な知識だけでなく、経済・法令などの文系的な素養までも必要となり、知識的にも体力的にも、努力を要します。しかし私は数学が大好きで、その数学を自分の研究だけでなく、世間に広く役立てたいと強く思うことから、日々の業務にも、この資格の勉強にも、大変なやり甲斐を感じています。こう書くと、非常に厳しい職場で毎日を過ごしているように思われるかもしれませんが、私たちの部署はとてもメリハリがあり、皆でテニスなどのスポーツをしたり、旅行に行ったりするような休日もあります。私は「この職業で、この職場でよかった」と感じています。

また、プライベートでは、大学時代からの付き合いの妻と結婚し、お互いに社会人として、家族の構成要員として、尊重し合いながら暮らしています。

学生時代、私は三木先生のゼミに所属していました。先生のご教授のおかげで「じっくり考え、物事の本質を捉える」という力がつき、それが様々な部分で助けとなっています。

最後に、大学はもはや「象牙の塔」ではありません。社会の風潮に全て迎合する必要はありませんが、常に「今」の自分こそが、将来の自分を作ると信じ、社会の情勢や、自らの行動の意義を把握することに努めるべきだと思います。私にとっては、学生時代の学問も友誼も恋愛も、成功も失敗も、全てが現在の自分を構成する骨格です。社会に出てからの素晴らしい肉付けのためには、コツコツと形成された骨格がベースとして必要です。かけがえのない学生時代を、この大阪大学の恵まれた環境で享受し、素晴らしい原石となって社会に羽ばたいてください。

平成21年度



正木 宏明
Masaki Hiroaki

正木君は修士論文「完全２分木に対する任意コストの辺追加による平均経路の短縮」において、完全２分木に対して辺を一辺追加した場合、どのように追加すると最も平均経路が短縮出来るかを、巧みに評価関数を設定したうえで詳細な場合分けを行うことにより明らかにした。追加辺の経路長が任意正整数である場合についての結果が得られたことにより、この研究は経路長短縮問題全体へのアプローチの一端となることが期待される。

平成22年度

東谷 章弘
Higashitani Akihiro

京都大学理学研究科・
日本学術振興会特別研究員（SPD）

私は、2005年４月、大阪大学理学部数学科に入学しました。同科を2009年３月に卒業、2009年４月には、本専攻博士前期課程に入学しました。そして、2011年３月、博士前期課程修了時に、私の修士論文“Gorenstein Fano polytopes arising from finite graphs and their Ehrhart polynomials”が評価され、情報科学研究科賞を受賞するに至りました。

学部４年生の頃、日比孝之教授の下でセミナーを行いました。その際、日比先生が書かれた教科書

日比孝之 著　『可換代数と組合せ論』（シュプリンガー東京）1995年

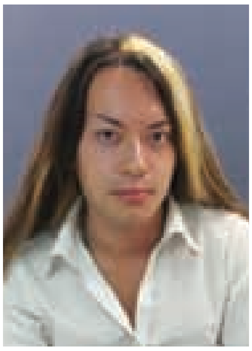
を輪読しました。この本が、いわば、私にとってのバイブルです。私はこの本をきっかけに、エルハート多項式の研究を始め、現在の研究を行うに至っています。（私の現在の研究に関しては、77ページをご覧下さい。）

私は博士前期課程を修了した後、同専攻の博士後期課程に進学しました。そして、2012年９月に学位を取得し、博士後期課程を修了しました。現在（2013年２月）は、日本学術振興会特別研究員（ＰＤ）の身分で、同専攻に所属し続けています。特に雑務は無く、研究に専念できる環境で、私は非常に満足しています。平日は、朝は少しのんびりですが、昼前に学校に行っています。そして、そのまま夜（日付けが変わる頃）まで研究室にこもっていることが多いです。週末は趣味のサッカーをよくしており、適度に気分転換もしています。８月９月の夏休みや２月３月の春休みは、学会などの出張が多く、毎年とても多忙な時期です。しかし、他の研究者との交流が図れる良い機会ですし、自分自身の研究の刺激にもなり、私はこの時期に学会やセミナーに出かけるのが好きです。

私はまだまだ駆け出しの研究者です。荒波にもまれても、強い意志と覚悟を持って、数学の楽しみを忘れることなく、この世界で仕事を続けていきたいと私は考えています。

情報科学研究科賞

平成23年度



森田　健

Morita Takeshi

日本学術振興会特別研究員（DC2）、
宮原基金国際研究活動助成対象者

現在、大山陽介先生のもとで『線型 q-差分方程式の接続問題』を研究しています。学部は大阪教育大学卒業で、博士前期課程から大阪大学に編入しました。学部時代は函数解析学を専攻していましたが、楕円函数やテータ函数を含む種々の特殊函数にも興味があったため、本大学に進学しました。

私の場合、大山先生の助言に基づき、運良く修士1年の10月末頃に “Hahn-Exton の q-Bessel 函数” と呼ばれる函数について新しい接続公式が得られ、翌年1月に神戸大学の「超幾何方程式研究会」で発表しました。さらに研究を進めた中で幾つかの発見があり、修士2年の5月迄に論文を3本書きました。その後梶原健司先生（九州大学）の紹介によって、オーストラリア数学会会長の Nalini Joshi 教授（シドニー大学）のもとで10月から翌年2月まで研究を行いました。修士論文はシドニー滞在中に書き、帰国後の修士論文発表会で情報科学研究科賞を頂きました。

博士後期課程1年の7月、ギリシアでおこなわれた国際会議にて講演しました。また2013年4月から5月にかけてフランス（トゥールーズおよびストラスブール）に滞在、講演をおこない、8月にはポーランドで講演しました。更に2014年5月にはトルコで、9月にはスペインで招待講演を行う予定です。

平成24年度

中辻 仁志

Nakatsuji Hitoshi

りそな銀行

グラフ G の各辺を確率 p で残し確率 $q=1-p$ で除去することを G に対する確率的辺除去操作といい、またその結果できるグラフが連結となる確率を G の連結確率と呼ぶ。グラフ G の頂点数 n と辺の数 $n+k$（$k \geq -1$）を固定するとき、連結確率 $P(G,p)$ は p, q に関する $n+k$ 次の非負係数斉次多項式となり、各 p に対し、$P(G,p)$ を最大にする G が存在する。修士論文では、$k \leq 3$ の場合、$P(G,p)$ を最大にする G がどんな p に対しても同じ形であること、すなわちそのような G がすべて同型であることを示した。一方、$k=4$ の場合、$P(G,p)$ を最大にする G の形が p の値によって異なることを示した。さらに、$k \geq 5$ の場合の予想についても述べた。

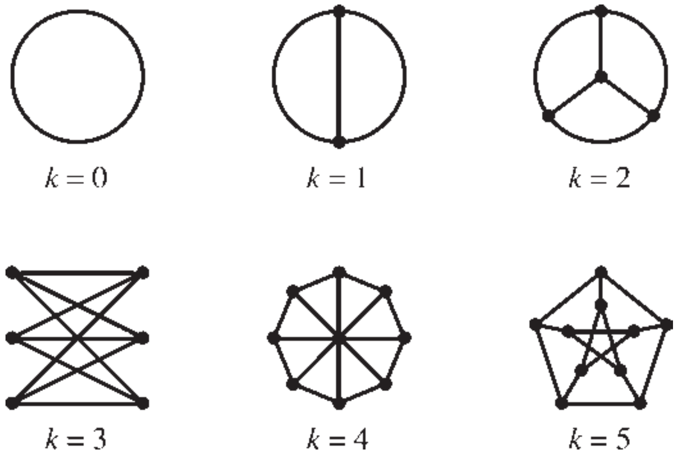


図 1: k = 0〜4のときに連結確率最大となるグラフ G の位相型と k=5の場合の予想.
k=4では G の位相型は一意に決まるが，各弧がいくつの辺からなるかが p に依存して変化する.

平成25年度

森　亜貴

Mori Aki

大阪大学
情報科学研究科
博士後期課程１年

私は他大学で群論の研究室に属していたのですが、偶然日比先生の本を手に取ったことから組合せ数学に興味を持ち、特に離散的な数学対象に抽象代数の理論を適用する研究に魅惑を感じたので、博士前期課程から本大学院に入学いたしました。

入学してからはセミナーを通してこの分野の基礎を学び、同期や先輩と議論して研究に励みました。私にとっては他では得られない環境であり、大変充実した生活を送ることができたと思っています。２年の春頃に、辺凸多面体の辺数を最大化する有限グラフの予想に関する反例を構成できたことから研究が進み、修士論文「辺凸多面体の辺の個数の最大値」を執筆することができました。数学を辞めて就職することも考えていたのですが、この反例を発見したことがきっかけとなり、さらに深く研究して未解決問題に挑戦していきたいと思い、博士後期課程に進学することを決断しました。博士後期課程では、今後の行き先に不安が生じることもあるかと思いますが、情報科学研究科賞を頂けたことは時に励みとなり、また研究の活力ともなっています。今後とも楽しみつつ、研究に邁進したいと思います。

平成26年度

菅　紀悠

Kan Noriyuki

りそな銀行
広島支店勤務

ポリオミノとは、平面における連結な「セル」（すなわち、(i, j),$(i+1, j)$, $(i, j+1)$, $(i+1, j+1)$）を頂点とする正方形（但し、i と j は非負整数）の集合$\mathcal{P}$ のことです。ポリオミノがあったとき、そのinner 2-minor と呼ばれる二項式を考えることでポリオミノに付随するポリオミノイデアル$I_{\mathcal{P}}$ を定義することができます。ポリオミノが単純である（すなわち、“穴” が空いていない）ときは、そのポリオミノイデアルが素イデアルとなることは既知ですが、しかしながら、ポリオミノイデアルが素イデアルであるようなポリオミノを分類する問題は、未解決の問題です。修士論文では、単純でないポリオミノのポリオミノイデアルが素イデアルとなるのはどのようなときかを研究し、長方形から長方形を除いたポリオミノのポリオミノイデアルが素イデアルとなることを証明することに成功しました。

川中 宣明

Kawanaka Noriaki

映画「三丁目の夕日」の時代に子供時代を過ごし、大学に入学した年の秋に東海道新幹線が開通しました。1970年に大阪大学理学部の解析系の助手に採用され、後に代数系、情報系と看板をかけかえましたが本質はお笑い系として一貫したという自負を持っています。

思いつくままに書いてみます。
物理学者の J.A. Wheeler が

> We all know that the real reason universities have students is in order to educate professors.（誰でも知ってる通り、大学に学生がいる本当の目的は、教授を教育するためである。）

とどこかに書いているのを、最近、読みました。Wheeler の真意については知りませんが、私はコンピュータの使い方（Tex、メール、ネット、数式処理）の殆ど全てを自分が指導する大学院生たちから教わりました。定年後にホームページを作ったときも大阪大学の院生に教えてもらいました。さらに、今、私が主に研究している「ゲームとアルゴリズム」の発想もセミナーの中で院生から教わったことがきっかけですし、それ以前にも院生とのディスカッションがヒントになっている研究が幾つもあります。

2009年に大阪大学を定年退職後、関西学院大学に５年間勤務し、2014年にそちらも定年になった後は、阪大で非常勤講師、放送大学で客員教授として教えています。関西学院でも学生と数学を楽しみました。例えば、2012年度には修士の院生と一緒に「カルタを切る方法（ヒンズーシャッフル）で50枚のカードをシャッフルするとき何回くらいで十分混じり合ったと言えるか？」という問題を考えました。リフルシャッフルの場合に P. Diaconis の有名な論文がありますが、同じ手法は使えません。見当違いのことを二人であれこれ考えた末に「少なくとも22回以上のシャッフルが必要」という（不完全ながら）一応の答えを引き出せて、めでたく修士論文が完成しました。４年セミナーを私が担当した関西学院の卒業生で、ガーナの高校の教員になった人がいます。これとは比較になりませんが、2013年の３月に伊丹市の中央公民館で「大人の数学」という社会人向けの講座（３回、伊丹市教育委員会 生涯教育部 主催）を開きました。これがきっかけになったのか、西宮市からも依頼が来て2014年の６月から10回連続の講座を開くことになっています。三田市の子供たちに理数系に興味をもってもらえるような活動も始めています。この種の「社会貢献のようなこと」は今後も続けていく積りです。

2012年の秋に雑誌「数学」に「フック構造をもつゲームとアルゴリズム」というタイトルの論説を書きました。その続きとして書くべきこと（斜フック公式、逆型ゲーム、ファイバーバンドル型ゲーム）がかなり溜まっているので、他にもやりたい研究はあるのですが、当面はこちらを優先させようと思います。

私は68歳ですから、数学の大学院に入ってからだと46年間、数学をやっていることになります。私にとって幸いだったのは、この間、だんだんと数学をより好きになってきたということです。ビリーバンバンも歌うように

> また君を好きになれる………心から

坂根 由昌

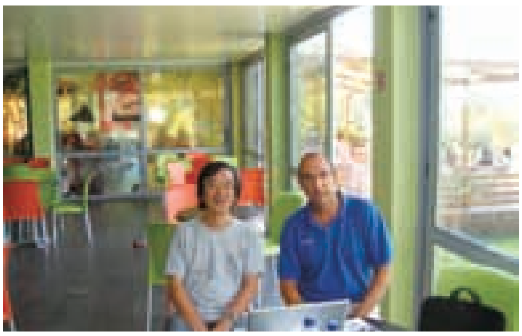
Sakane Yusuke

大阪大学理学部数学科卒業。Ph. D.（University of Nore Dame）。専門は微分幾何学。1974年大阪大学助手理学部、講師、助教授を経て、1994年理学部教授、2002年大学院情報科学研究科教授、2009年３月定年退職。趣味は家庭菜園。楽しみは海外渡航。

大阪大学を定年退職してから５年が過ぎましたが、相変わらず阪大で非常勤講師をしています。

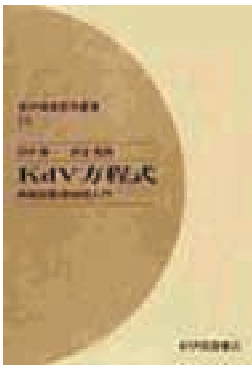
数学の研究は、退職の少し前から考えはじめた等質アインシュタイン多様体の研究を続けております。特に、一般化された旗多様体上の非ケーラーな等質アインシュタイン計量の研究が現在のテーマです。この研究は2008年頃にギリシャ人の Arvanitoyeorgos と Chrysikos との共同研究として始めたものです。この研究を始めた経緯を少し述べてみたいと思います。これは1987年の大村一郎君（現・九州工大教授）、89年の木村昌弘君（現・龍谷大学教授）の修士論文に遡ります。丁度1990年に京都で ICM が開催されましたが、当時、University of Rochester の大学院生であった Arvanitoyeorgos は、この ICM での short communication で一般化された旗多様体上の等質アインシュタイン計量に関して、大村君、木村君と同じような結果を発表し、彼と知り合うことになりました。2006年に私がギリシャの Patra 大学を訪問したことが発端で、３人での共同研究がスタートすることになりました。毎年９月頃には、２週間ほどギリシャを訪問しております。

一般化された旗多様体はコンパクト半単純リー群の随伴軌道として定義される等質空間で、1958年の Borel と Hirzebruch の有名な論文 Characteristic Classes and Homogeneous Spaces にも登場し、構造の詳細が研究されているものです。等質空間の不変なアインシュタイン計量を探す研究は、リッチ曲率の成分は多変数の有理式になることより、多変数の多項式系の正の解を探す問題になります。我々の方法は、変数が少ないとき（いま扱っているのは６以下）グレブナー基底を用いて方程式を一変数に帰着し、解を探すものです。一般化された旗多様体では、不変なアインシュタイン計量は有限個であると予想されていますが、まだ未解決です。最近、ロシア人の Graev が、これらの方程式系の複素解を調べる方法を研究し、変数が６以下のものに対しては、解の個数を評価し有限個であることを示しています。今後の課題は、これらの結果を一般化することです。また、Stiefel 多様体上の不変なアインシュタイン計量の存在についても、同じような手法が使えることが最近分かり、この研究もはじめました。



patra 大学のカフェテリア

エピダウロス劇場にで



伊達 悦朗

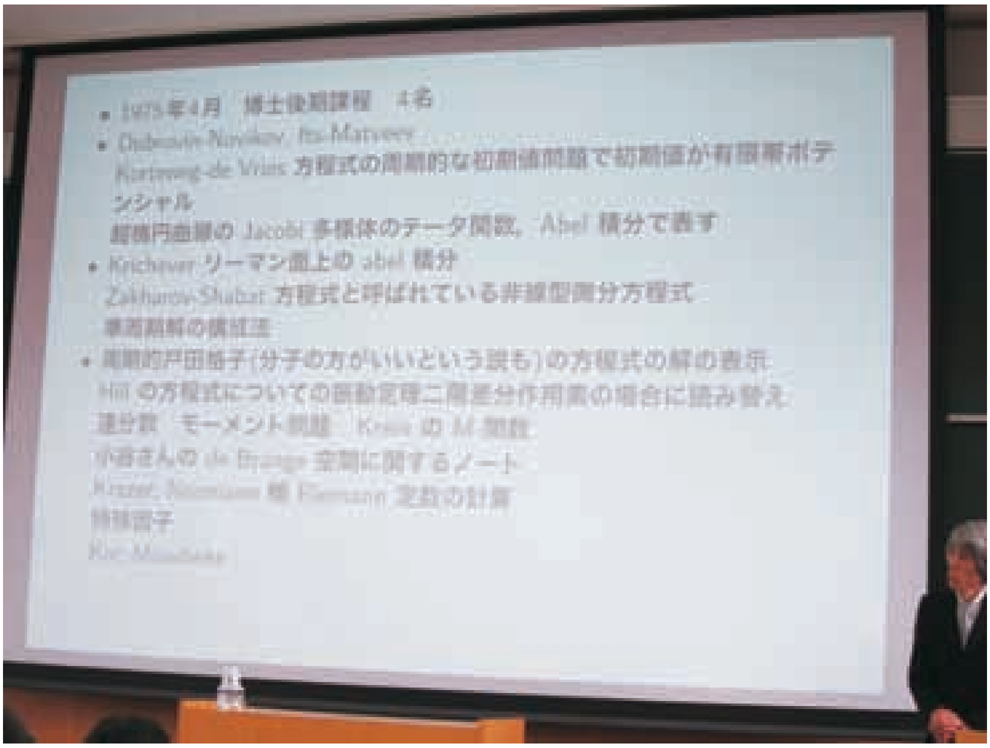
Date Etsuro

1973年大阪大学理学部数学科卒業、1975年大阪大学理学研究科修士課程修了、1976年大阪大学理学部助手、京都大学教養部助教授を経て1990年大阪大学基礎工学部教授、2002年より情報科学研究科教授、2013年３月退職して関西大学へ。関心のある分野・完全積分可能系。

私は1950年島根生まれです。大学受験の年1969年は東京大学と東京教育大学の入試が中止となった年でした。大阪大学に入学しましたが、授業は10月半ばからで中之島の旧理学部で始まりました。翌年５月頃には一年次が終わりとなりました。1973年に修士課程に進み、田中俊一先生にご指導いただきました。

丁度その頃 Korteweg-de Vries（KdV）方程式を端緒としてソリトンの数学的取り扱いが本格的になりはじめました。最初は準周期解の構成に興味を持っていました。1980年に京都大学教養部に移ってからは柏原さん、三輪さん、神保さんと佐藤先生の無限次元 Grassmann 多様体によるソリトン理論に刺激を受けて、ソリトン方程式と無限次元リー環の関係を調べました。続いて三輪さん、神保さん等と可解格子模型のことを調べました。1990年に大阪大学に移ってから以降は、主に superintegrable な chiral Potts 模型に関係する数学に興味をもっています。

いまは関西大学に所属しています。



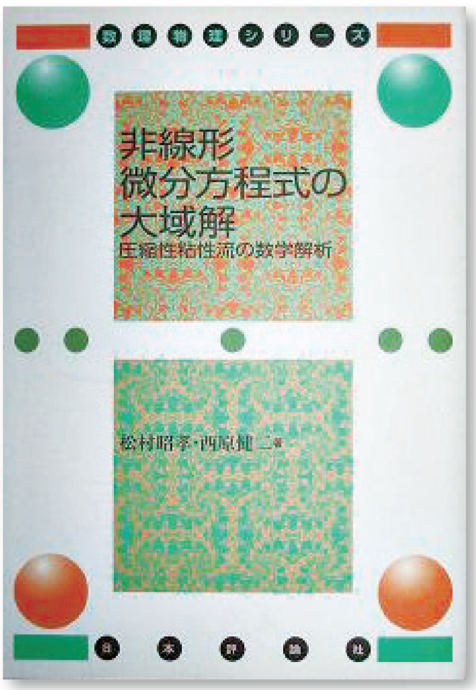
2013年３月最終講義「振り返って　ー鳥でも蛙でもなく、'69年入学の一人としてー」

松村 昭孝

Matsumura Akitaka

1973年京都大学工学部数理工学科卒、1978年京都大学工学部助手、1988年金沢大学理学部助教授を経て、1994年大阪大学理学部教授、2002年より情報科学研究科教授、2015年3月退職。

鹿児島県は鹿児島市、近くに城山、遠くに桜島を望む地に生まれた。当然ながら、“白熊”は好物、“茶碗蒸の歌”は歌え、黒板消しのことは“ラーフル”と思わず言ってしまう。普段の生活では、焼酎は芋焼酎が一番ということと、後ろから第二音節にアクセントがある訛りが未だに抜けないでいるところに出身地が見てとれる。少年時代の背景は漫画「三丁目の夕日」や「20世紀少年」に描かれる昭和世界、原っぱでの草の罠や落とし穴、防空壕探検、雀取りや蛙釣り、アルミキャップロケット、模型と真空管ラジオ製作、、……、そして数学パズル等々で遊んでいたとても集団行動が苦手な少年だった。大学は工学部に入学し初めは漠然と技術者になろうと考えていたが、幸か不幸か素晴しい数学者の先生達との出会いに恵まれ、工学や理学に関わる**非線形偏微分方程式の数学解析**に興味を持つようになり、大学院の博士課程まで進学。その後、幸運にも京都大学工学部で採用して頂き、また金沢大学理学部に６年間ほどお世話になり（金沢はお酒と魚介類がとても美味しく、赴任後しばらくすると体調を崩したほど）、1993年の10月からは縁あって大阪大学理学部へ、そして2002年に情報科学研究科に配置換えとなり、2015年3月無事退職となった。最後に、ちょっとだけ専門の話。非線形偏微分方程式と言うと大変堅い感じがするが、例えば私達の身近にある空気、水、バネ、電磁波、電子などの運動は全てこの非線形偏微分方程式で記述される。私達の基本的興味は、これらの方程式が果たして任意の時間まで解を持つのか、また持ったとするとどのように時間発展して行くのかと言った基本的な問題を数学の立場から考察し、身近な現実の現象の内に潜む構造を明らかにしようとするところにある。特に方程式が非線形であるために、解は初期値や各種パラメータに依存して様々な漸近挙動をすることが知られており興味は尽きない。これらに関して、微分方程式の時間大域解の構成法とその流体方程式系への応用について、日本評論社から「非線形微分方程式の大域解　――圧縮性粘性流の数学解析」（松村昭孝、西原健二著）を出版しているので是非一度手にとって見て頂きたい（2015年度中には改訂版がプリントオンディマンドPODで出版予定）。



卒業生の進路

	金融・保険	メーカー・その他	教員	公務員	進学	その他	計（修了、単位取得退学）
H22年度卒 修士	4	2	1	0	2	1	10
博士	1	0	0	0	0	1	2
H23年度卒 修士	2	4	4	1	4	0	15
博士	0	0	1	0	0	0	1
H24年度卒 修士	4	5	1	0	2	2	14
博士	0	0	0	0	0	1	1
H25年度卒 修士	1	7	2	0	1	1	12
博士	0	0	1	0	0	2	3
H26年度卒 修士	3	4	4	0	0	1	12
博士	0	0	0	0	0	3	3

修士卒業者の主な就職先

H22年度修士	●京都銀行 ●三井住友銀行 ●日本生命 ●IHIエスキューブ ●奈良県高校教員 ●日本制御エンジニアリング
H23年度修士	●りそな信託銀行 ●日本生命 ●日本ユニシス ●フコク情報システム ●国立大学法人大阪大学 ●兵庫県立鳴尾高校 ●若山信愛女子短期大学 ●常翔学園高等学校 ●大阪府教育委員会 ●新来島どっく
H24年度修士	●三井住友銀行 ●りそなホールディングス ●インターネットイニシアティブ ●日立システムズ ●ケイレックス・テクノロジー ●サミットシステムサービス ●テクマトリックス ●かんぽ生命 ●兵庫県教育委員会
H25年度修士	●日本生命 ●ソフトウェア情報開発 ●インテック ●土佐塾学園 ●JR西日本 ●スミセイ情報システム ●日立ソリューションズ ●日本電産株式会社 ●大阪府教育委員会 ●徳島県教育委員会
H26年度修士	●兼松KGK ●NTTデータ数理システム ●三井住友銀行 ●りそなホールディングス ●アップ ●三菱ＵＦＪ信託銀行 ●日立製作所 ●大阪府教育委員会(2) ●熊本県教育委員会 ●桃山学院中学・高校

博士号取得者の現在の状況

大学教員６（大阪大学情報、岡山大学教育、筑波大学数理物質系、福岡教育大学、奈良女子大学理学部、京都産業大学理学部）

大学研究員・非常勤など４（名城大、金沢大、各１、大阪大２）

高専教員１（新居浜工業高専）、高校教員２、その他３

大阪大学大学院情報科学研究科 情報基礎数学専攻

http://www.ist.osaka-u.ac.jp/japanese/mat