非線型科学
コロキウム
Nonlinear Science Colloquium

講演者：　郡 敏昭 / 早稲田大学

Toshiaki Kori,　WASEDA University

講演題目：　gauge–coupled Dirac 作用素の基本解の構成の問題点

円周 S^1 上の調和振動子 $e^{i\theta}$ は 解析、幾何、表現論 において様々な状況で根本的に重要な役割を持つ対象である。微分作用素 $\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\theta}$ は, C 上の $\overline{\partial}$ 作用素 $\frac{\partial}{\partial\overline{z}}$ の極分解 $\frac{\partial}{\partial\overline{z}} = \frac{1}{2}e^{i\theta}\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{ir}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)$ の境界成分であり、その固有関数 $e^{\pm in\theta} = \pm ne^{\pm in\theta}$ は $\pm$ に応じて $\overline{\partial}$ 作用素の $|z| < 1$, あるいは $|z| > 1$ での斉次解（正則関数）$z^{\pm n}$ の境界値になっている（これより $\overline{\partial}$ 作用素の内部・外部境界値問題の立て方には制限が付く）. $\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\theta}$ の固有関数による展開（Bergmann 核）は $\overline{\partial}$ 作用素の基本解 (Cauchy 核) である：

$$\frac{1}{2\pi}\sum e^{\mp ik\theta}z^{\pm k}d\theta = \pm\frac{1}{2\pi i}\frac{d\zeta}{\zeta - z}, \quad |z| < (>)1, \quad \zeta = e^{i\theta} \tag{1}$$

1. 郡 (Japan.J.Math.,22(1)(1996), Japan.J.Math.,28(1)(2002), Advances in Analysisi and Geometry(AMS Trends in Math.,Birkhauser)) では, 以上の考察を３次元球面 S^3 上の Dirac 作用素と、C^2 上の Dirac 作用素に対して拡張した (Dirac 作用素は spinor に作用する)。境界 Dirac 作用素の固有スピノールを具体的な形、それが調和振動子 $e^{i\theta}$ の類似であること、$R^4 \simeq C^2$ 上の Dirac 作用素 D の基本解 (Cauchy 核) の表示、そこから調和 spinor に対する Laurent 展開をはじめ、古典関数論の形式が順に成り立ってゆくこと、について簡単に話す。[これは Clifford 解析において古くは 1930 年頃から得られ, そして、何人もの数学者が何回も得た結果と一致するが、それらと視点が違う.]

2. 古典関数論においても作用素 $\frac{\partial}{\partial\overline{z}} + a(z,\overline{z})$ に関数論の諸定理を拡張することはたいへん難しかった（昔、Vishik が長い間研究していた？）。たとえば, $0 < |z| \le 1$ で $\frac{\partial u}{\partial\overline{z}} = 0$, $u \sim O(|z|^{-k})$ を満たす解を求めるとき、Laurent 展開により $u = \sum_{n\ge -k}c_n z^n$ とするか、L^2-Sobolev space method で解くか、を考えると前者のほうがはるかに ものごとが見えてくる印象を与えるだろう。しかし作用素 $\frac{\partial}{\partial\overline{z}} + a(z,\overline{z})$ に対して 後者の方法は拡張できるが前者の方法はありえないと思われる。
   同様の事情により R^4 上の Gauge coupled Dirac operator $D + A$ について, 1. で Dirac operator D について述べたような具体的表示にたよることができない。しかし、特異点での増大度など、定性的な結果を得ることに限れば D に対して成り立つ多くのことが $D + A$ にたいして成り立つことを示す方法があるのではないだろうか。Laplace 作用素の場合、古典的な R^n での解析（Green 関数など）は一般の楕円型作用素に拡張され、基本解の構成やその性質を得る方法も拡張されていることを考えると、$D + A$ に対する解析も、ひとつひとつの問題ごとに Sobolev space method にたよるのでなく、もっと透徹してものごとを見る方法があるかもしれない。

3. Gauge coupled Dirac operator の特異点での増大度を調べるための 2. で述べた”方法” が得られたとして、それにより、ADHM（Atiyah-Drinfeld-Hitchin-Manin) 構成と呼ばれる 4 次元の instanton の構成の簡易化について話す。

日時：3月5日（金）18:00~19:30

場所：早稲田大学西早稲田キャンパス
55S号館2階 第４会議室【55-S-2-02】

非線型科学コロキウム
早稲田大学理工学術院先進理工学部応用物理学科

組織委員：相澤　洋二　　大谷　光春
　　　　　小澤　徹　　　田崎　秀一

連絡先：小澤 徹 研究室
早稲田大学理工学術院西早稲田キャンパス55号館N-3-10
03-5286-8487　/ 内線　73-3564
txozawa@waseda.jp / 秘書：a.kanayama@kurenai.waseda.jp