

非線型科学

コロキウム

Nonlinear Science

Colloquium

講演者： 柴田良弘/早稲田大学

Yoshihiro Shibata, WASEDA University

講演題目： スペクトル解析とナビエ・ストークス方程式

流体工学はエネルギー産業、化学産業、鉄鋼業、資源産業、航空宇宙産業、土木・建築などの工業分野をはじめとするほとんどすべての産業において欠くことのできないものとなっており、現代社会を支えている基盤の一つである。その基礎方程式はナビエ・ストークス方程式とよばれるものである。流体の複雑な運動はいたるところに見られるが、この複雑な流体の運動を数学的に理解することは現在のところナビエ・ストークス方程式を解くことにより得られると信じられている。しかしこの方程式を数学的に厳密に解く試みは現在ではまだジャングルのなかでさ迷うごとくである。

なぜ難しいか、内部圧力でもって流体運動を特徴づけるというのはオイラーの達観であった。しかしこの圧力項のために方程式は微分・積分方程式となる。例えていえば、東京の天気を知るためにパリでの気象状態すら知らなくてはならないというようなことである。これは方程式を解くことを極端に難しくしていると思う。他にも幾つかの原因が考えられるがこれらは講演中に述べたいと思う。

数学的に初めて厳密にこの方程式を扱ったのは、ルレイ先生で1930年代である (J. Leray, J. Math. Pure Appl, 12巻(1933))。ルレイ先生の研究において既に微分の一般化(超関数の概念)やトポロジカルな解析が創始されている。ルレイ先生は方程式を全空間で扱ったが、1950年代にホップ先生により一般領域で扱えるようになった (E. Hopf, Math. Nach., 4巻 (1950))。現在彼等が構成した解を Leray-Hopf 解とよぶ。これは運動量保存式が成立する超関数解である。この解の一意性がまだ未解決でありミレニアム問題としてアメリカ国クレイ研究所から100万ドルの懸賞金がかけられている (岡本久著, 数理科学 455巻5月号(2001))

本講演では、ナビエ・ストークス方程式解決の困難さからはじめ、現在の数学的到達点についてお話をしたいと思う。現時点で数学的に厳密に非線型方程式を扱うにはまずその第一次近似である線形化方程式の解析が出発点となる。ナビエ・ストークス方程式においてはストークス方程式とよばれるものである。私はスペクトル解析的手法によりストークス方程式の解の幾つかの重要な性質を導きこれを応用してナビエ・ストークス方程式の定常解の安定性を示してきた (安定性に関する最近の結果のサーベイとして Y. Shibata, Ulmer Seminare 2008, Heft 13, 2008, pp.195-230. をみてください)。

Euler, LagrangeからCauchy, Stokesまで流体力学と数学解析は緊密な関係をもって発展した、しかし前世紀は別々の道を歩んだようである。ナビエ・ストークス方程式研究は数学の多くの分野に影響を与え、多くの数学的道具を作り出してきた。例えばトポロジカルな解析や解析半群の理論、計算機科学におけるホン・ノイマンの夢である計算機流体の実現などがまず挙げられるであろう。この新しい道具をもって数学と流体力学が再びともに歩むことが必要であると思う。この考えの下わが早稲田大学では流体数学グループと機械・航空の流体工学グループが組み提案した「現代数学解析による流体工学の未解決問題への挑戦」がCRESTに採択された。これは数学と流体力学が手を組む必要性を認識していただいた結果であると思う。このへんのこともお話ししたいと思う。

日時： 10月27日(火) 17:00~18:30

場所： 早稲田大学西早稲田キャンパス
55号館S棟2階第三会議室【55-S-2-04】

非線型科学コロキウム

早稲田大学理工学術院先進理工学部応用物理学科

組織委員： 相澤 洋二 大谷 光春
小澤 徹 田崎 秀一

連絡先： 小澤 徹 研究室

早稲田大学理工学術院西早稲田キャンパス55号館N-3-10

03-5286-8487 / 内線 73-3564

txozawa@waseda.jp / 秘書 : a.kanayama@kurenai.waseda.jp