

日常に潜む怪しい論理

小澤 徹

我々数学研究者にとって、数学研究における自由な発想は独創性の源と位置付けられますが、その過程では論理の飛躍が付き物です。一方、得られた成果を定理とその証明にまとめ上げるには、論理の飛躍を一つ一つ論理の鎖で繋いでいかねばなりません。そういった事情については落合啓之先生の 6 月号同欄「ただいま建設中」を再びご覧戴くとして、ここでは日常生活における論理の効用について述べたいと思います。

普段「何か変だな」と感じた時は、必要条件と充分条件に分離して論理的に整理すると、話題の本質が見えてくることがあります。命題 P と Q に対し、「 P ならば Q 」も命題であり、これらが真ならば P は Q であるための充分条件、 Q は P の必要条件といえます。

必要条件 Q にのみ注目した「居心地の悪い例」に「世間をお騒がせして申し訳ありません」、「卒業旅行で思い出作り」、「ナントカ賞 30 人計画」といったものがあります。これらに潜む居心地の悪さは、充分条件 P である「世間を騒がすようなことをしてしまった」、「卒業旅行を楽しむ」、「研究振興政策に取り組む」といった本来の視点が欠落しているところに原因があると思われます。

一方「 P というモデルを考えて研究した結果 Q という結論が得られました」という主張に「 P は間違っている」なる反論が返ってくることは数学以外の分野で時々起こるようですが、これは「 P ならば Q 」という論理体系において充分条件 P しか見ていないことに相当します。そもそも P が偽なら「 P ならば Q 」は真ではありませんか！「 P ならば Q 」の本質は、 P が真である時に P から Q が従うことなのです。「今度生まれ変わったら一緒になるうね」と言った歌手がいますが、この人は論理を良く理解しています。ついでに言っておきますが、学期末の授業アンケートの「授業では OHP やスライドは効果的に使われていましたか？」なる質問には、仮定「小澤は OHP やスライドを授業で使用した」が偽であるので、論理的思考力を十分働かせて「強くそう思う」と答えなければいけません。

以上要するに、「 P ならば Q 」と云う命題では、その枠組の中で P と Q を見るのが大切なのです。数学研究者が論文をまとめる作業においては (P でも Q でもなく)「ならば」が主要な関心事となります。

「 P ならば Q 」とその対偶「 Q でないなら P でない」とは同値ですが、逆「 Q ならば P 」や裏「 P でないなら Q でない」とは同値ではないので特に注意が必要です (当然ながら逆と裏とは同値です)。よって「美しい国の実現 (P) の為には Q が必要」なる主張に対する「 Q を行えば美しい国が実現するのか？」という質問は、 P と Q との同値性を問うていることに相当します。また、「子供を 2 人以上持ちたいと思う (P) のは健全 (Q)」なる主張に対する「子供を 2 人以上持ちたいと思わないのは不健全か？」という質問も、 P と Q との同値性を問うていることに相当します。いろいろな命題の同値性を考えることは数学では大切なので、逆や裏ばかり気になる人には数学にその力を発揮して戴きたいと思えます。

さて、「 P ならば Q 」を否定するには「 P は満たすが Q は満たさない例」を見つければ良いのです。よって「子供 2 人以上持ちたいと思うのは健全」なる主張を否定するには「子

供を2人以上持ちたいと思っている不健全な人」を連れて来れば良いこととなります。

論理は、とかく曖昧になりがちな議論を明確にする拠り所であり、誤った主張に異議を唱えるための強力な道具です。ただそれが「命題」の定義を満たしているかどうかは別の話ですが。