

目次

第 1 章 序論 ―微分方程式の記述する現象とは何か―

- 1.1 現象の模型化と微分方程式
- 1.2 解の概念
- 1.3 解がなくても分かる事と解いて初めて分かる事
- 1.4 微分方程式の記述する現象とは何か

第 2 章 力とベクトル場

- 2.1 ベクトルとは何か
- 2.2 ベクトル空間の定義
- 2.3 構造と力
- 2.4 アフィン空間を平行移動に拠る同値類で割った商空間として構成されるベクトル空間とその同型
- 2.5 ノルム空間と内積空間
- 2.6 ベクトル場と積分曲線

第 3 章 ニュートン力学の基礎的枠組

- 3.1 ガリレイ時空：時間と空間の分離
- 3.2 ガリレイ変換とその構造
- 3.3 ガリレイ時空の直積表示
- 3.4 相空間
- 3.5 二階のベクトル場
- 3.6 ニュートン力学の基礎的枠組

第 4 章 常微分方程式の初期値問題の局所解

- 4.1 バナッハの不動点定理
- 4.2 常微分方程式の初期値問題 ―完備性に基づく解法―
- 4.3 部分列と対角線論法
- 4.4 アスコリ・アルツェラの定理
- 4.5 常微分方程式の初期値問題 ―点列コンパクト性に基づく解法―

第 5 章 常微分方程式の初期値問題の大域解

- 5.1 基本設定
- 5.2 リプシッツ連続相速度場の場合

- 5.3 局所リプシッツ連続相速度場の場合
- 5.4 狭義局所リプシッツ連続相速度場の場合

第 6 章 ニュートンの運動方程式の初期値問題の大域解

- 6.1 ニュートンの運動方程式に対する初期値問題の解の存在と一意性
- 6.2 集中型自己相互作用場の下での古典軌道
- 6.3 平面運動を引き起こす力場
- 6.4 平面への座標の導入
- 6.5 中心力場の場合
- 6.6 非集中型自己相互作用場の下での古典軌道
- 6.7 直線上の古典軌道 (1次元の場合)
- 6.8 平面上の古典軌道 (2次元の場合)

第 7 章 摩擦力と解の絶滅現象

- 7.1 摩擦力の導入
- 7.2 時間大域解の定義
- 7.3 時間大域解の一意性
- 7.4 近似解の構成
- 7.5 コンパクト性に依る時間大域解の構成
- 7.6 解の絶滅現象

第 8 章 調和写像としてのニュートンの運動方程式

- 8.1 調和写像のモデル化としてのニュートンの運動方程式の導入
- 8.2 単位球面上に束縛された質点の運動
- 8.3 平面内の単位円周上に拘束された点の運動と三角函数
- 8.4 調和写像方程式としてのニュートンの運動方程式

第 9 章 指数法則と指数写像

- 9.1 有界線型作用素に対する指数写像
- 9.2 非有界線型作用素に対する指数写像

第 10 章 摂動論的方法に依る半線型発展方程式の解法

- 10.1 問題の設定
- 10.2 リプシッツ摂動の場合
- 10.3 局所リプシッツ摂動の場合
- 10.4 C_0 -半群の生成作用素の定義域に於ける局所リプシッツ摂動の場合

10.5 部分的局所リプシッツ摂動の場合

第 11 章 摂動論的方法に依る半線型発展方程式の解法具体例

- 11.1 非線型波動方程式の数学研究の歴史的概観
- 11.2 初期値・境界値問題と臨界ソボレフ埋蔵
- 11.3 初期値問題とストリッカーツ評価
- 11.4 小さな摂動に依る時間大域解
- 11.5 零形式
- 11.6 フーリエ制限法

第 12 章 非摂動論的方法に依る非線型発展方程式の解法

- 12.1 線型偏微分方程式と変数変換
- 12.2 非線型偏微分方程式と変数変換
- 12.3 無限次元ハミルトン系の弱解の構成

第 13 章 ミンコフスキ時空とローレンツ変換

- 13.1 ガリレイ時空とミンコフスキ時空
- 13.2 ローレンツ変換とその構造
- 13.3 座標変換としてのローレンツ変換

第 14 章 対称性と微分作用素

- 14.1 ガリレイ時空に於ける変換族とその生成作用素
- 14.2 球面上のラプラス作用素
- 14.3 ミンコフスキ時空に於ける変換群とその生成作用素
- 14.4 双曲面上のラプラス作用素としてのダランベール作用素
- 14.5 回転対称性と微分作用素
- 14.6 現象の記述に於ける二階微分作用素の位置付け

第 15 章 共形変換

- 15.1 共形変換の定義と例
- 15.2 線分の特徴付け
- 15.3 共形変換の構造定理
- 15.4 共形変換群の作用と線型表現

第 16 章 場の古典論を担う非線型偏微分方程式

- 16.1 不変ソボレフ空間

- 16.2 古典場のラグランジュ形式
- 16.3 古典場のハミルトン形式
- 16.4 古典場の数学的基礎を成す諸概念の関係
- 16.5 様々な臨界相互作用
- 16.6 現象を記述する学問としての数学